

## 關於矩陣同時對角化性質之一些論述

### Some Remarks on Simultaneous Diagonalization of Matrices

劉豐榮\*

Feng-Jung Liu

(收件日期 96 年 5 月 25 日；接受日期 96 年 12 月 8 日)

#### 摘要

矩陣同時對角化（三角化）問題的探討始於 1936 年 MocCy 的文章 [1]，而在 1985 年 R. H. Horn 與 Y. P. Hong 給出了關於矩陣同時對角三角化的充要條件 [3]、[4, 1.3.12]、[4, 2.3.3]。本文中，我們將探討矩陣同時對角化及同時三角化性質與矩陣多項式間之一些相關性質。

**關鍵詞：**同時三角化、同時對角化、拉格朗日內插法

---

\*正修科技大學工業工程與管理學系講師

### **Abstract**

The simultaneously diagonalizable (triangularizable) problem of matrices is originally discussed by MocCy in 1936 [1]. In 1985 R. H. Horn and Y. P. Hong gave a necessary and sufficient condition for this problem [3], [4, 1.3.12], [4, 2.3.3]. In this article we obtain some results of simultaneous diagonalizable (triangularizable) properties related to the polynomial of matrices.

**Key words:** Simultaneously Triangularizable, Simultaneously Diagonalizable, Lagrange Interpolating Polynomial.

## 1. Introduction.

Let  $N$  be the set of nature numbers,  $n \in N$ ,  $M_n(C)$  be the set of the  $n \times n$  complex matrices, and  $A^*$  be the Hermitian adjoint of  $A \in M_n(C)$

Two diagonalizable (triangularizable) matrices  $A, B \in M_n(C)$  are said to be simultaneously diagonalizable if there is a nonsingular matrix  $S \in M_n(C)$ , such that  $S^{-1}AS$  and  $S^{-1}BS$  are both diagonal (triangular).

This problem deduced from N. H. MaCcoy [1] in 1936, and Y. P. Hong and R. H. Horn gave an equivalent condition in 1985. ([3], [4, 1.3.12], [4, 2.3.3]).

**Theorem1.** [4, 1.3.12] Let  $A, B \in M_n(C)$  be diagonalizable, then  $A$  and  $B$  commute iff they are simultaneously diagonalizable.

**Theorem2.** [4, 2.3.3] Let  $\mathfrak{S} \subseteq M_n(C)$  be a commuting family, there is a unitary matrix  $U \in M_n(C)$  such that  $U^*AU$  is upper triangular for all  $A \in \mathfrak{S}$ .

In this paper, we will discuss some simultaneous diagonalizable (triangularizable) properties of a matrix  $A \in M_n(C)$ , with the polynomial  $f(A)$  of  $A$ .

## 2. The main results.

**Lemma3.** If  $H \in M_n(C)$  be a Hermitian matrix with distinct eigenvalues, then  $H$  can be written as a polynomial of  $H^k$ , for any  $k \in N$ .

Proof: Since  $H$  is Hermitian, it can be unitarily similar to a diagonal matrix  $\Lambda$ , with real eigenvalues. That is, exists a unitary matrix  $U$ , such that  $H = U^* \Lambda U$ , where

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n), \quad \text{with all } \lambda_i \in R, \forall i = 1, 2, \dots, n. \quad \text{Then } H^k = U^* \Lambda^k U,$$

where  $\Lambda^k = \text{diag}(\lambda_1^k, \lambda_2^k, \dots, \lambda_n^k)$ , for any  $k \in N$ .

Let  $f(t)$  be the Lagrange interpolating polynomial of  $(\lambda_1^k, \lambda_1), (\lambda_2^k, \lambda_2), \dots, (\lambda_n^k, \lambda_n)$ ,

then  $f(\lambda_i^k) = \lambda_i, \forall i = 1, 2, \dots, n$ .

$$\begin{aligned} \text{Then } f(H^k) &= f(U^* \Lambda^k U) \\ &= U^* f(\Lambda^k) U \\ &= U^* \text{diag}(f(\lambda_1^k), f(\lambda_2^k), \dots, f(\lambda_n^k)) U \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&=U^* \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)U \\
&=U^* \Lambda U = H.
\end{aligned}$$

**Lemma4.** If  $B, H \in M_n(C)$ , and  $H$  is a Hermitian matrix, then  $B$  commute with  $H^k$  for any  $k \in N$  iff  $B$  commutes with  $H$ .

Proof: " $\Leftarrow$ " Clearly, if  $BH = HB$ , then  $BH^2 = (BH)H = (HB)H = H(HB) = H^2B$ .  
By induction, we have  $BH^k = H^k B$ , for any  $k \in N$ .

" $\Rightarrow$ " If  $BH^k = H^k B$ , for some  $k \in N$ , by Lemma 3,  $H$  can be written as a polynomial of  $H^k$ , i.e.  $H = f(H^k)$ , for some polynomial  $f(t)$ . Thus  $BH = Bf(H^k) = f(H^k)B = HB$ .

**Theorem5.** If  $H, B \in M_n(C)$ , and  $H$  is a Hermitian matrix, then  $H$  and  $B$  are simultaneously diagonalizable iff  $H^k$  and  $B$  can be simultaneously diagonalizable, for any  $k \in N$ .

Proof: Use Theorem 1 and Lemma 4, we have

$B$  and  $H$  are simultaneously diagonalizable.

$\Leftrightarrow B$  and  $H$  commute (by Theorem 1).

$\Leftrightarrow B$  and  $H^k$  commute (by Lemma 4).

$\Leftrightarrow B$  and  $H^k$  can be simultaneously diagonalizable (by Theorem 1).

Clearly, if  $B$  is commutes with  $A$ , then  $B$  commute with any matrix polynomial of  $A$ . Since any nonsingular matrix  $A \in M_n(C)$ , the inverse matrix  $A^{-1}$  of  $A$  can be written as a polynomial of  $A$  [4, 2.4.4]. We have the following theorem.

**Theorem6.** Let  $A, B \in M_n(C)$ , and  $A$  be nonsingular, if  $A, B$  commute, then  $A^{-1}$  and  $B$  commute.

Proof: Since  $A^{-1} = f(A)$  for some polynomial  $f(t)$ , we have

$$\begin{aligned}
AB &= BA \\
\Rightarrow f(A)B &= Bf(A) \\
\Rightarrow A^{-1}B &= BA^{-1}.
\end{aligned}$$

**Corollary7.** Let  $A, B \in M_n(C)$ , and  $A$  be nonsingular, if  $A$  and  $B$  are simultaneously triangularizable, then  $A^{-1}$  and  $B$  are also simultaneously triangularizable.

Proof: By Theorem 2, we have if  $A$  and  $B$  can be simultaneously triangularizable,

then  $A$  and  $B$  commute. And by Theorem 6, we have  $A^{-1}$  and  $B$  commute, thus  $A^{-1}$  and  $B$  are simultaneously triangularizable.

**Lemma8.** Let  $A \in M_n(C)$  be a given normal matrix with distinct eigenvalues, then there is a polynomial  $p(t)$  of degree at most  $n - 1$  such that  $A^* = p(A)$ .

Proof: Since  $A$  is normal,  $A$  can be unitarily diagonalizable, i.e. there is a unitary matrix  $U$ , such that

$$A = U^* \Lambda U, \text{ where } \Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n).$$

Then  $A^* = U^* \Lambda^* U$ , where  $\Lambda^* = \text{diag}(\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \dots, \bar{\lambda}_n)$ .

Let  $p(t)$  be the Lagrange interpolating polynomial of  $(\lambda_1, \bar{\lambda}_1), (\lambda_2, \bar{\lambda}_2), \dots, (\lambda_n, \bar{\lambda}_n)$ ,

i.e.  $(p(\lambda_i)) = \bar{\lambda}_i$ , then

$$\begin{aligned} A^* &= U^* \Lambda^* U = U^* \text{diag}(\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \dots, \bar{\lambda}_n) U = U^* \text{diag}(p(\lambda_1), p(\lambda_2), \dots, p(\lambda_n)) U = \\ &= U^* p(\Lambda) U = p(U^* \Lambda U) = p(A). \end{aligned}$$

From lemma 8, we can get the following result.

**Corollary9.** Let  $A, B \in M_n(C)$ , and  $A$  be normal matrix with distinct eigenvalues, If  $A$  and  $B$  are simultaneously diagonalizable, then  $A^*$  and  $B$  are sim also ultaneously diagonalizable.

By the equivalent condition of simultaneously diagonalizable and the commutative properties of the diagonalizable matrices, we get the following property.

**Theorem10.** If  $A, B \in M_n(C)$  are two diagonalizable matrices with distinct eigenvalues, then  $A, B$  are simultaneously diagonalizable iff there exists a polynomial  $p(t)$ , such that  $B = p(A)$

Proof: " $\Leftarrow$ " Clearly, Assume  $A$  is diagonalizable, let  $A = S^{-1} \Lambda S$ , where  $S$  is a nonsingular matrix and  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ .

If  $B = p(A)$ , for some polynomial  $p(t)$ , then

$$B = p(S^{-1} \Lambda S) = S^{-1} p(\Lambda) S = S^{-1} \text{diag}(p(\lambda_1), p(\lambda_2), \dots, p(\lambda_n)) S. \text{ So } A \text{ and } B \text{ are}$$

simultaneously diagonalizable.

“ $\Rightarrow$ ” If  $AB = BA$ , by theorem 1  $A, B$  are simultaneously diagonalizable, assume  $A = S^{-1}\Lambda S$ ,  $B = S^{-1}\Sigma S$ , where  $\Lambda$  and  $\Sigma$  are diagonal matrices, let  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ ,  $\Sigma = \text{diag}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ .

Let  $p(t)$  be the Lagrange interpolating polynomial construct by  $(\lambda_1, \mu_1), (\lambda_2, \mu_2), \dots, (\lambda_n, \mu_n)$ , i.e.  $p(\lambda_i) = \mu_i, \forall i = 1, 2, \dots, n$ .

then  $p(A) = p(S^{-1}\Lambda S) = S^{-1}p(\Lambda)S = S^{-1}\text{diag}(p(\lambda_1), p(\lambda_2), \dots, p(\lambda_n))S =$

$$S^{-1}\text{diag}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)S = S^{-1}\Sigma S = B.$$

## References

- McCoy, N. H. (1936). On the characteristic roots of matrix polynomial. *Bull. Amer. Soc.* 42, 592-600.
- Motzkin, T. S. & Taussky, O. (1952). Pair of matrices with property L. *Trans. Amer. Math. Soc.* 73, 108-114.
- Horn, Y. P. & Horn, R. H. (1985). On simultaneous reduction of families of matrices to triangular on diagonal form by unitary congruences. *Linear and Multilinear Algebra* 17, 271-288.
- Horn, R. A. & Johnson, C. R. (1985). *Matrix analysis*. New York: Cambridge University Press.
- Laffey, T. J. (1978). Simultaneous Triangularization of matrices-Low rank case and the nonderogatory case. *Linear and Multilinear Algebra* 6, 269-305.
- Shemesh, D. (1984). Common eigenvectors of two matrices. *Linear Algebra Appl.* 62, 11-18.
- Feng Jung Liu. (1985). A study of simultaneous triangularization of matrices. Taipei: Tamkang University.
- George, K. D. Ikramor. (1999). Common invariant subspace of two matrices. *Linear Algebra Appl.* 127, 171-179.

## 臺灣股票市場元月及春節效應探討

### January Effect and Chinese New Year Effect in Taiwan's Stock Market

黃益松\*  
Yi-Sung Huang

朱曉萍\*\*  
Hsiao-Ping Chu

張旭玲\*\*\*  
Hsu-Ling Chang

(收件日期 96 年 8 月 20 日；接受日期 96 年 12 月 14 日)

#### 摘要

元月效應或春節效應為股票市場中每年元月或春節期間的投資報酬率傾向高於其他月份之異常現象。本研究主要目的利用 GARCH (1,1) 模型檢測臺灣股票市場從 1995 年 11 月至 2003 年 12 月是否具有元月或春節效應之存在。實證結果顯示，元月效應存在於上櫃市場，但不存在於上市市場，然而，在春節效應的研究中我們發現在 5% 的顯著水準下，只有上市市場具有春節效應，但是在 10% 的顯著水準下，上市市場及上櫃市場在春節前 15 天皆有較高於其他月份的報酬，其效應顯示臺灣的投資者在春節前會獲得大量流動利潤 (liquid profit)，而投入股票市場，造成春節期間報酬較高。

關鍵詞：元月效應、春節效應、GARCH 模型

---

\*西南財經大學 嶺東科技大學招生事務中心主任

\*\*嶺東科技大學企業管理系助理教授

\*\*\*嶺東科技大學會計資訊系助理教授

### **Abstract**

January effect and Chinese New Year effect means that the investors will have excess return in January and Chinese New Year. In this research, we examine whether the January effect and Chinese New Year effect exist in Taiwan's stock market by using the GARCH (1, 1) model during November 1995 to December 2003. The empirical results from GARCH (1, 1) model substantiate that January effect and Chinese New Year effect exist in Taiwan's stock market and the return is higher than other months fifteen days before Chinese New Year.

**Key words:** January Effect, Chinese New Year Effect, GARCH Model



## 壹、前言

元月效應或春節效應為股票市場中每年元月或春節期間的投資報酬率傾向高於其他月份之異常現象。Fama (1970) 將金融市場依其效率性的程度分為強勢效率 (strong form efficiency)、半強勢效率 (semi-strong efficiency) 及弱勢效率 (weak form efficiency)。股票市場存在元月或春節效應則此市場為弱勢效率市場。實證研究都發現國外證券市場存在元月效應，Keim (1983) 發現 1963 到 1976 年間 NYSE 和 AMEX 一月份的平均報酬高於其他月份；Jaffe 與 Westerfield (1985) 發現 1970 至 1983 年間東京證券交易所指數及 Nikkei-Dow 指數存在顯著的元月效應；Corhay、Hawawini 與 Michel (1987) 研究 1969 年至 1983 年，美國、英國、法國及比利時的股票市場，發現美國與比利時有顯著的元月效應；Chan、Khanthavit 與 Thomas (1997) 發現新加坡 (SES)、馬來西亞 (KLSE) 的股價指數報酬存在元月效應；Tong (1992) 發現 1980 年代臺灣股票市場出現元月效應。Yen 與 Shyy (1993) 發現 1976 至 1990 年的亞洲股票市場，在中國春節前有上升之趨勢。臺灣 1962 年建立股票集中市場，1993 年財政部開放證券投資信託公司設立申請，准許外國專業投資機構投資國內市場，1995 年成立上櫃股票市場。本研究探討 1995 年上櫃市場運作後上市及上櫃股票市場是否存在元月及春節效應。

風險趨避 (risky averse) 股票投資人不僅關注持有股票之報酬，亦關注股票持有期間市場波動的風險。Metron (1980) 指出金融市場研究者預估股票報酬時，必須考慮異質變異數 (heteroscedasticity) 問題。一般自我迴歸條件異質變異數 (GARCH) 模型 (Bollerslev, 1986, 1990; Engle, Lilien and Robin, 1987) 同時估計股票報酬與波動，允許股票平均報酬為隨時間變動的變異數及其他影響報酬變數的函數，已被證實為解釋股票報酬與其波動關聯性的適當模型。本文以最精簡也最被廣泛使用的 GARCH (1,1) 模型，觀察臺灣上市及上櫃股票市場是否存在元月及春節效應。

本文除前言外，尚分四節，第二節簡單介紹元月效應及春節效應假說，第三節為資料及其特徵，第四節為模型設定、估計與分析，第五節為結論與建議。

## 貳、元月效應假說

最常用來解釋元月或春節效應的假說有 4 個，包括「稅賦損失假說 (tax-loss selling hypothesis)」、「窗飾假說 (window dress hypothesis)」、「流動性假說 (liquid hypothesis)」、「過度反應假說 (overreaction hypothesis)」。

稅賦損失假說 (Rozeff, 1986; Ritter, 1988; Dahlquist & Sellion, 1994) 主張當股票投資報酬為負時，投資人為減少稅賦支出，會在年底拋售手中持股，並在新的一年補回，使得年底出現賣壓，並且於元月出現投資人買進股票，使得元月報酬率高於其他月份。Fortune (1991) 發現稅賦損失假說與效率市場互相矛盾。因為投資者為了減少資本利得而賣出自己手中的股票而非股票的價格。說明了元月及春節效應為弱勢效率市場，投資者在元月份買

進股票是爲了平衡去年 12 月底超賣的投資組合。Gultekin (1983) 以 Kruskal-Wallis H 檢定法發現 17 個國家的股票報酬大部份出現季節性的現象，尤其在元月出現超高的報酬，而出現元月效應的原因來自於節稅。臺灣資本利得稅率爲零，因此假說可能與臺灣股票市場元月與春節效應無關。

窗飾假說 (Ritter, 1988; Ritter & Chopra, 1989) 則認爲公司法人在年底獲利不足時，爲了美化帳面，會在年底賣出虧損的股票，並買進當年度之強勢股，來粉飾公司法人的投資組合。而被賣出之弱勢股，會於隔年元月反彈，使得元月報酬率較高。Haugen and Lakonishok (1988) 認爲元月份的高報酬率是公司法人在年底時將高風險的股票組合轉移爲低風險的股票，在隔年的元月再換回高風險的投資組合，此種解釋也可稱爲風險偏好轉換假說 (risk-preference swiching hypothesis)。

流動性假說 (liquid hypothesis) 泛指投資者在年底時可獲得大量流動利潤 (liquid profit)，在隔年的元月會將這些多餘的資金投入股票市場，因而元月報酬較高。Ogden (1990) 發現年終獎金及零售業之年終利潤是造成流動性利潤的主要原因，且當一個國家的貨幣政策較寬鬆時，也有流動性利潤之元月效應。臺灣投資者大都在春節前獲得流動利潤，Tong (1992) 認爲臺灣股市存在流動性利潤的春節效應。Ligon (1997) 證實了流動性假說對元月效應的影響。Mills 與 Coutts (1995) 認爲元月效應是經紀代理商流動性的限制。

過度反應假說 (overreaction hypothesis)。DeBondt and Thaler (1987) 研究 NYSE 股票後，發現投資者較重視近期的資訊，會在過度悲觀或樂觀的情形下，股價會有超漲及超跌的現象，而超額報酬大多發生在元月。Banz (1981) and Reinganum (1983) Lakonishok and Smidt (1988) 與 Thaler (1987) 認爲元月效應只發生在小型股，因小型股的報酬會高於預期報酬。Keim (1983) and Reinganum (1983) 發現小型股的元月效應會發生在元月份開始交易的前 5 天。

## 參、資料及其特徵

本文使用臺灣加權股價指數及上櫃股價指數的日收盤價資料，研究期間從 1995 年 11 月 3 日至 2003 年 12 月 31 日；資料來源爲臺灣經濟新報財務資料庫 (TEJ)。

股票市場報酬 ( $R_t$ ) 爲每日股價收盤指數的對數差分 (logarithmic difference)，再乘上 100，此即

$$R_t = 100 * [\log(p_t) - \log(p_{t-1})]$$

其中  $P_t$  爲第  $t$  日收盤股價指數。表 1 列出樣本期間上市與上櫃股價指數時間數列的基本統計特徵。表 1 第 1 行爲市場的觀察樣本數，第 2 行爲股市報酬平均值，兩個市場報酬平均值爲正。以平均值爲中心，衡量股市報酬分配不對稱性的偏態 (skewness) 係數，上櫃市場爲正值，呈現爲右偏分配，上市市場爲負值，爲左偏分配。衡量股市報酬分配平坦性的峰態 (kurtosis)，係數皆大於 3，表示這二個市場皆爲高狹峰分配 (leptokurtic

distribution)。Jarque-Bera 常態分配檢定同時考慮一數列的偏態及峰態的常態性，其統計量為：

$$\frac{T-K}{6} \left[ S^2 + \frac{1}{4}(K-3)^2 \right]$$

其中 T 為樣本數，S 為偏態係數，K 為峰態係數，此統計量為一自由度 (degree of freedom) 為 2 的  $\chi^2$  分配，表 1 中較大的常態分配檢定值 (J-BN) 指出，在 5% 的顯著水準下，拒絕常態分配的虛無假設，確定上市及上櫃市場的偏態與峰態不為常態分配。

自我相關 (autocorrelation) 檢定用來測度一時間數列變數的時間相依性 (temporal dependence)，除了讓我們清楚此變數的特徵外，並可作為模型設定的參考。一般來說，股價指數或其報酬等金融產品價格，在連續幾個成交日（或分、時、月、季）內，可能存在自我相關。本文以 Ljung-BoxQ (L-B Q) 統計值對股市報酬數列  $\{R_t\}$  及其平方值數列  $\{R_t^2\}$  作高階自我相關檢定（例如表 1 中的 L-B Q (9)、 $L-B^2Q(9)$  的落遲期數為 9）。L-B Q 統計值為：

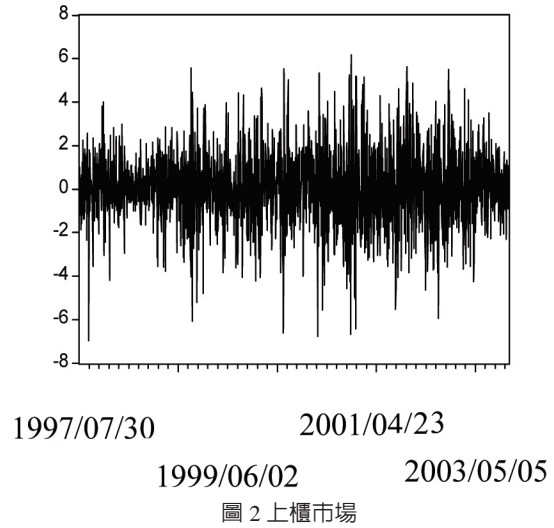
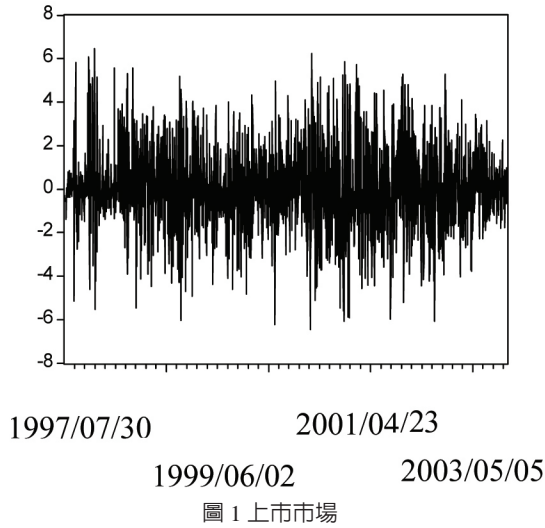
$$Q(m) = T(T+2) \sum_{j=1}^m \frac{r_j^2}{T-j}$$

其中 T 為樣本數， $r_j$  為第 j 個自我相關係數，Q(m) 為近似於自由度為自我相關階數 (m) 的  $\chi^2$  分配。表 1 中 L-B Q 統計值，顯示臺灣股市上市及上櫃的股市報酬，在 5% 的顯著水準下，存在自我相關，因此至少在 9 個交易日內當期股票報酬會持續影響次期的報酬。而兩者報酬平方值皆存在自我相關，隱含股市報酬變異數可能具有隨時間經過而變動的異質性。

若一時間數列變數的平均值、變異數與共變異數 (covariance) 獨立於時間，不因時間變動而改變，則外生衝擊僅具短暫效果，經過一段時間後，會逐漸返回原來水準，呈現穩定狀態，為定性 (stationary) 時間數列；若發生外生衝擊，此數列在時間過程中遠離其平均值，則為非定性數列。若直接以非定性數列進行迴歸分析，則會產生檢定偏誤與假性迴歸 (spurious regression)，因此，以時間數列資料進行之實証研究，有必要先確定變數的定性特徵。ADF (augmented Dickey-Fuller) 單根檢定 (unit root test) 確定變數的定性特徵 (Dickey and Fuller, 1981)，其檢定迴歸式為：

$$\Delta x_t = \alpha_1 X_{t-1} + \sum_{i=1}^n \beta_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$$

其中  $\Delta$  為一次差分運算因子 (first-order difference operator)， $\varepsilon_t$  為白噪音 (white noise) 誤差。ADF 檢定的虛無假說為數列為非定性，若  $\alpha_1$  顯著異於零，則拒絕虛無假說，數列為定性。表 2 中顯著的 ADF 檢定值建議上市上櫃股票市場報酬皆為定性變數，其中落遲期數 (n) 的選擇，保證 ADF 迴歸式沒有自我相關。此一定性特徵亦對應到圖 1 及圖 2 二者股市報酬時間走勢，在本文關注的樣本期間內，股市報酬不會遠離其各對應的平均值。



股市報酬平方值存在自我相關為異質變異數的間接證據。ARCH 效果檢定直接觀察是否存在條件異質變異數。LM 統計值常用來檢定 ARCH 效果 (Engle, 1982)，LM (k) 檢定的統計量  $R^2$  為一自由度為 k 的  $\chi^2$  分配，其中 T 為樣本個數， $R^2$  為以 OLS 估計的輔助迴歸式 (auxiliary regression) 的判定係數值，k 為落遲期數。若模型存在自我相關，其平方值近似於 ARCH 效果，我們較難認定是否真正存在條件異質變異數。表 1 上市與上櫃股票報酬皆存在自我相關，在作 ARCH 檢定時，我們假設其股票報酬為一 ARMA (p,q) 過程，參數 p,q 的選擇保證模型殘差不存在自我相關。表 2 列出 ARCH 檢定結果，在二個市場股票報酬皆不存在自我相關的前提下（此即較小的 LB-Q 統計值）， $R^2$  統計值，在 5% 的水準下，顯著大於其臨界，表示存在 ARCH 變異數的特性；不同的股票持有期間，投資人面對不同的市場波動風險，並建議以 (G) ARCH 模型從事分析股票投資報酬與波動風險。

表 1 股市報酬基本統計資料，1995 年 11 月 -2003 年 12 月

	上櫃指數	加權指數
樣本數	2169	2169
平均值	0.007518	0.009249
標準差	1.87338	1.635478
極大值	6.439389	6.172055
極小值	-6.448067	-6.75741
偏態	0.100908	-0.023424
峰態	0.052595	0.052595
	3.814752	4.390415
	0.103199	0.103199
J-BN	63.67379*	174.9161*
L-B Q (3)	57.320*	14.032*
L-B Q (6)	57.517*	16.844*

L-B Q (9)	58.548*	18.801*
L-B <sup>2</sup> Q (3)	170.49*	153.00*
L-B <sup>2</sup> Q (6)	285.40*	253.97*
L-B <sup>2</sup> Q (9)	376.51*	308.60*
ADN (n)	-39.87471 (0)*	-22.72117 (3)*

偏態係數與峰態係數下的小括號內為標準差

J-BN 為 Jarque-Bera 常態分配檢定。

L-BQ 和 L-B<sup>2</sup>Q 分別是數列本身及其平方項自我相關檢定之統計量。

ADF (n) 為落遲 n 期的單根檢定。

\* 代表其在 5% 的水準下顯著。

表 2 ARCH 效果檢定

k	上櫃股票市場	上市股票市場
1	25.47910*	35.09785*
2	82.78492*	75.41019*
3	107.7643*	119.1980*
4	123.0345*	132.8119*
5	129.4305*	135.8916*
6	140.0464*	148.6267*
7	141.4814*	150.2802*
8	149.8038*	156.5029*
9	155.5304*	156.3233*
10	158.8418*	163.4733*
11	158.5347*	163.4374*
12	161.2348*	165.4579*
ARMA ( p,q)	(1,0)	(1,0)
L-BQ (3)	2.5934	6.0339
L-BQ (6)	2.9828	9.1102
L-BQ (9)	4.2903	11.118

ARMA (p,q) 為 p=1, q=0 的過程。

L-B Q 為模型殘差值自我相關檢定值統計量，分別列出 3、6、9 階的檢定結果。

\* 代表在 5% 的水準下顯著。

## 肆、模型設定、估計與分析

投資人同時關注股票持有期間的報酬與風險，再基於條件預期 (conditional forecasts) 明顯優於絕對預期 (unconditional forecasts) 的認知，Engle (1982) 首先提出 ARCH 模型，利用最大概似法 (maximum likelihood techniques)，同時估計一時間數列變數的平方值與變

異數；隨後 Bollerslev (1986) 擴展 ARCH 模型中的條件變異數為一 ARMA 過程，發展成 GARCH (p,q) 模型，其結構設定上更具彈性，同時也使得參數估計更加精簡，其標準形式為：

$$R_t = a_0 + u_t \quad (1)$$

$$u_t | \Psi_{t-1} \sim N(0, h) \quad (2)$$

$$h_t = b_0 + \sum_{i=1}^p b_i h_{t-i} + \sum_{j=1}^q c_j u_{t-j}^2 \quad (3)$$

其中式 (1) 為股票報酬數列  $\{R_t\}$  的條件平均值方程式 (conditional mean equation)；誤差項  $u_t$  由前期的訊息集合  $\Psi_{t-1}$  決定，此一訊息集合由前  $q$  期預測誤差平方值與前  $p$  期條件變異數組成，此即式 (3) 的條件變異數方程式 (conditional variance equation)， $h_t$  為一 ARMA 過程。為了確保變異數為正值及模型穩定，模型必須滿足  $b_0 \geq 0$ 、 $b_i \geq 0$ 、 $c_j \geq 0$  及  $1 \geq \sum_{i=1}^p b_i + \sum_{j=1}^q c_j$  等條件；模型中所有參數 ( $a_0, b_0, c_0$ ) 是以最大概似法估計。若所有的  $b_i$  皆為零，則 GARCH (p,q) 模型退化為 Engle 的 ARCH (q) 模型。一個高階的 ARCH 模型可以一個較為精簡的 GARCH 模型表示，這也是 GARCH 模型的主要優點，容易認定與估計，尤其保證變異數為正時，式 (3) 中所有估計係數必須為正，一個高階的 ARCH 模型都不容易滿足此一限制條件。

#### 4.1、模型設定

在已廣被使用的 GARCH (1,1) 模型架構上，元月效應的 GARCH (1,1) 模型為：

$$R_t = a_0 + \alpha R_{t-1} + \beta D + u_t \quad (4)$$

D=1 代表元月、春節前 15 天、春節後 15 天、春節前後 15 天

D=0 代表其他月份

$$u_t | \Psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (5)$$

$$h_t = b_0 + b_1 h_{t-1} + c_1 u_{t-1}^2 \quad (6)$$

#### 4.2、模型估計與分析

臺灣上市與上櫃股票報酬顯現自我相關的性質（參閱表 1），其平均報酬方程式，可能受到前期報酬（參閱 Lo & Mackinlay, 1988）或前期殘差（參閱 Scholes & Williams, 1977）的影響，本文假設平均報酬殘差為一 ARMA (p,q) 的過程，依據 GARCH 模型中平均值方程式的殘差項是否存在自我相關、及殘差落遲項是否顯著，我們選擇 ARMA (1,0) 的過程，在自由度的觀點下，我們減少限制條件，令  $p=q=0$ 。因此，二者股票市場的 GARCH 模型為式 (4)，而式 (4)、(5) 與 (6) 構成本文探討元月及春節是否影響股市報酬及其波動的實證模型。表 3 列出以最大概似估計的上櫃與上市的股票市場 GARCH (1,1) 模

型估計值及相關統計量。

表 3 中的估計參數大多在 5% 的水準下顯著。二個市場變異數方程式的估計係數， $b_0$ 、 $b_1$ 、 $c_1$  皆顯著大於零（至少在 10% 的水準上），保證估計變異數（ $h_t$ ）為正值；其中  $b_1 + c_1$  皆小於 1，確定變異數為收斂，二個市場模型穩定，且 Ljung-Box 自我相關檢定（L-B Q 值）皆拒絕模型存在自我相關，較小的模型殘差平方項自我相關統計檢定值（L-B<sup>2</sup>Q）拒絕 ARCH 效果。且二個市場的 GARCH 模型估計皆滿足模型的基本假設與限制條件，可以據以從事進一步分析。

GARCH (1,1) 模型中的（ $b_1 + c_1$ ）的估計值常用來測度市場波動的持續性，較高的（ $b_1 + c_1$ ）值表示較長時間的波動持續性，表 3 中二個市場皆出現高的股市波動的持續性。此外，HL 值為另一個用來衡量波動持續性的指標，HL 代表一個衝擊的半衰期，即一個衝擊在經過多少時間後仍存在一半的效果，其估計式為：

$$HL = \log(0.5) / \log(b_1 + c_1)$$

本文使用日資料，HL 的單位為日，上市市場較上櫃市場具有較高的波動性，上櫃市場 HL 值為 26 天，上市市場較長為 46 天，因此上櫃市場調整速度較上市市場快。

本文主要關注元月及春節對股市報酬與波動的影響。從表 3.1 及表 3.2 的二個市場平均值方程式的參數估計值中我們發現，在 5% 的顯著水準下，上櫃市場在元月及春節前 15 天皆出現效應；而上市市場則是具有春節效應而不具有元月效應。臺灣元月及春節效應在上櫃及上市的市場的 GARCH (1,1) 模型中，已不存在自我相關異質變異數的困擾，顯示元月及春節是影響股票市場表現的重要變數。

表 3.1 及表 3.2 為 GARCH (1,1) 模型估計

$$R_t = a_0 + \alpha R_{t-1} + \beta D + u$$

$$u_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = b_0 + b_1 h_{t-1} + c_1 u_{t-1}^2$$

表 3.1 上櫃市場

	元月	春節前 15 天	春節後 15 天	春節前後 15 天
$a_0$	-0.003955 (0.036494)	-0.003453 (0.040748)	0.012904 (0.040752)	-0.004095 (0.042096)
$a$	0.131257* (0.023261)	0.132498* (0.023061)	0.134363* (0.023056)	0.133880* (0.023010)
$\beta$	0.264665* (0.109039)	0.348364* (0.175192)	-0.015715 (0.173158)	0.160288 (0.130469)
$b_0$	0.107573* (0.014617)	0.107804* (0.014813)	0.109119* (0.014999)	0.108801* (0.014986)

$b_1$	0.855001* (0.014555)	0.854499* (0.014790)	0.852902* (0.014896)	0.853926* (0.014877)
$c_1$	0.118512* (0.013317)	0.118950* (0.013481)	0.120333* (0.013593)	0.119240* (0.013537)
$b_1 + c_1$	0.973513	0.973449	0.973235	0.973116
HL	25.95	25.95	25.95	25.95
L-B Q (3)	4.2252	4.6858	4.8920	4.7931
L-B Q (6)	5.3266	6.1032	6.4047	6.1844
L-B Q (9)	7.3185	6.4849	8.7599	8.4156
$L-B^2Q$ (3)	1.9794	2.3525	2.2256	2.1721
$L-B^2Q$ (6)	3.6094	3.9279	3.8480	3.7620
$L-B^2Q$ (9)	5.2636	5.4365	5.7266	5.5365

小括號內為標準差。

HL 代表一個衝擊的半衰期 (日)。

L-B Q 和  $L-B^2Q$  為標準化殘差及其平方值的自我相關檢定值，3,6,9 代表高階自我相關檢定。

\* 代表 5% 的水準下顯著。

表 3.2 上市市場

	元月	春節前 15 天	春節後 15 天	春節前後 15 天
$a_0$	0.03761 (0.034422)	0.035757 (0.033669)	0.041217 (0.034196)	0.025408 (0.034738)
$a$	0.056376* (0.022859)	0.055977* (0.022890)	0.056526* (0.022822)	0.055045* (0.022841)
$\beta$	0.179383 (0.124766)	0.268806** (0.158216)	0.162828 (0.131275)	0.229584* (0.102794)
$b_0$	0.045831* (0.013021)	0.046336* (0.013073)	0.043955* (0.012555)	0.045070* (0.012894)
$b_1$	0.906208* (0.011433)	0.905779* (0.011514)	0.908132* (0.010977)	0.906565* (0.011373)
$c_1$	0.078797* (0.009676)	0.078992* (0.009744)	0.077524* (0.009374)	0.078699* (0.009686)
$b_1 + c_1$	0.985005	0.984771	0.985656	0.985624
HL	45.91	45.91	45.91	45.91
L-B Q (3)	4.5289	4.6424	4.7169	4.6020
L-B Q (6)	6.6248	6.7725	6.7191	6.6297
L-B Q (9)	7.0997	7.02078	7.2271	7.01518
$L-B^2Q$ (3)	5.5623	5.9588	6.0141	5.8200



L-B <sup>2</sup> Q (6)	6.5228	7.0501	7.0596	6.9672
L-B <sup>2</sup> Q (9)	8.8736	9.2187	10.073	9.6902

小括號內為標準差。

HL 代表一個衝擊的半衰期 (日)。

L-B Q 和 L-B<sup>2</sup>Q 為標準化殘差及其平方值的自我相關檢定值，3,6,9 代表高階自我相關檢定。

\* 與 \*\* 代表 5% 和 10% 的水準下顯著。

## 伍、結論與建議

本研究以 GARCH (1,1) 實證結果顯示臺灣上櫃市場自 1995 年 11 月至 2003 年 12 月在 5% 的顯著水準下有元月效應，但同時期的上市市場卻不具有元月效應，臺灣上櫃市場皆為資本額較小的公司所組成，因此臺灣股票之元月效應發生在小型股，與 Lakonishok and Smidt (1988) 及 Thaler (1987) 的結論相符合，並證實了「過度反映假說 (Overreaction Hypothesis)」理論。

而在春節效應的研究中我們發現在 5% 的顯著水準下，只有上市市場具有春節效應，但是在 10% 的顯著水準下，上市市場及上櫃市場在春節前 15 天皆有較高於其他月份的報酬，其效應顯示臺灣的投資者在春節前會獲得大量流動利潤 (liquid profit)，而投入股票市場，造成春節期間報酬較高，與 Tong (1992) 的結論相符合，並證實了「流動性假說 (Liquidity Hypothesis)」理論。

投資者可依據臺灣元月及春節之不同效應，於上櫃及上市市場在不同時期做出不同的投資組合，以獲得報酬。在本文的基礎上，未來研究方向為 (1) 臺灣股票市場之各大類股是否有元月及春節效應 (2) 財團股是否有元月及春節效應 (3) 不同的計量方法 (例如不同的 GARCH 模型)，是否改變結論。

## 參考文獻

### 一、中文部分

方文碩 (2000)。通貨貶值對股市報酬與波動的衝擊：亞洲四小龍時正研究。《亞太管理評論》，5(2)，451-465。

### 二、英文部分

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.

Chan, M. W. L., A. Khantavit & Thomas, H. (1997). Seasonal and Cultural Influence on Four Asia Stock Markets. *Asia Pacific Journal of Management*, 13, 1-24.

- Corhay, A., Hawawini G. & Pierre Michel (1987). Seasonality in the Risk-Return Relationship : Some International Evidence. *Journal of Finance*, 42, 49-68.
- Dahlquist, M, & Sellin, P.(1994). Seasonalities in Swedish Stock Returns-Why are they not Arbitrated Away? Seminar Paper, 583, Institute for International Economic Studies, University of Stockholm, Sweden.
- Dickey, D. A. & Fuller, W. A. (1981). Likelihood ratio statistics for auto-regressive time series with a unit root. *Econometrica*, 49, 1057-1072.
- Engle, R. F.(1982). Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1008.
- Engle, R. F., & Kroner, K. F. (1995). Multivariate simultaneous generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11, 122-150.
- Engle, R. F., Lilien. D. M. & Robins, R. P. (1987). Estimating time varying risk premia in the term structure : the ARCH-m model. *Econometrica*, 55(2), 391-407.
- Gultekin, M. N. & Gultekin, N. B. (1983). Stock market seasonality: International Evidence. *Journal of Financial Economics*, 12, 469-481.
- Jaffe, J. & Westerfield, R. (1985a). The Weekend-End Effect in Common Stock Return : The International Evidence. *Journal of Finance*, 40, 433-454.
- Jaffe, J., Westerfield, R. & Christopher, M.(1989). A Twist on the Monday Effect in Stock Prices : Evidence from the US and Foreign Stock Market. *Journal of Banking and Finance*, 13, 641-500.
- Kiem, D. B.(1983). Size-Related Anomalies and Stock Return Seasonality : Further Empirical Evidence. *Journal of Financial Economics*, 12, 13-32.
- Lakonishok, J., Shleifer, A. & Vishny, R. W.(1994). Contrarian investment, extrapolation, and risk. *Journal of Finance*, 49, 1541-1578.
- Lakonishok, J. & Smidt, S.(1984).Volume and turn-of-the-year behavior. *Journal of Financial Economics*, 13, 435-456.
- Lakonishok, J. & Smidt, S.(1988). Are seasonal anomalies real? A ninety year perspective. *Review of Financial Studies* 1:403-425.
- Ogden, J. P.(1990). Turn-of-mouth evaluations of liquid profits and stock returns: A common explanation for the month and January effects. *Journal of Finance*, 45, 1259-1271.
- Merton, R.C.(1980). On Estimating the Expected Return on the Market. *Journal of Financial Economics*, 8, 323-61.
- Mills, T. & Coutts, J.(1995). Calendar effects in the London Stock Exchange FT-SE Indices. *European Journal of Finance*, 1, 79-93.
- Ritter, J.(1988). The Buying and Selling behavior of individual investors at the turn of the year. *Journal of Finance*, 43, 701-717.

21. Ritter, J. (1989). Portfolio rebalancing and the turn of the year effect. *Journal of Finance*, 44, 149-166.
- Rozeff, M.(1986). Tax loss selling: evidence from December stock returns and share shifts. In Proceedings of the Seminar on the Analysis of Security Prices. Center for Research in Security Prices, 9-45.
- Seyhun, N.(1988). The January effect and aggregate insider trading. *Journal of finance*, 43, 129-141.
- Seyhun, N.(1993). Can omitted risk factors explain the January effect? A stochastic dominance approach. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28, 195-212.
- Thaler, R.(1987). The January effect. *Journal of Economic Perspectives*, 1, 197-201.
- Tong, Wilson, H. S.(1992). An Analysis of the January Effect of the United State, Taiwan and South Korean Stock Market. *Asia Pacific Journal of Management*, 9, 189-207.
- Yen, G.. & Shyy, G.. (1993). Chinese New Year Effect in Asian Stock Markets. *Management Review*, National Taiwan University, May, 417-436.

## IM 法、邊路徑法與邊路徑位序法在正規階層圖減少 交錯邊之成效分析與應用

### On Effects and Applications of IMM, EPM and EPOM for Reducing Crossing-Edges in Proper Hierarchical Graphs

陳怡君\*  
Yi-Chung Chen

林佩蓉\*  
Pei-Rung Lin

柯雲萍\*\*  
Yun-Ping Ko

(收件日期 96 年 9 月 28 日；接受日期 96 年 12 月 17 日)

#### 摘 要

近來，將資料轉成階層圖的方法，特別受到教育統計學者之青睞。例如：何氏圖、概念圖等方面之研究，均以獨特之技術，將數據呈現為階層結構圖。因此，以階層結構圖的方式呈現資料，大大提高對資料分析的認同。然而，這類實證性研究顯示，所呈現之階層結構圖若過於複雜，特別是因為交錯邊過多，往往降低階層結構圖之可讀性與實用性。再者，雖然目前已有許多方法可以解決降低交錯邊過多的問題，特別又以 IM 法最受推崇，但是這些方法皆有其限制。基於此，本研究擬先以實例分析 IM 法演算法的問題點，其次，根據劉湘川教授對 IM 法中重要度指數改良的兩種方法，以實例比較此二法與 IM 法之成效。最後應用減少交錯邊之技術，建立可讀性高之數與計算主題教材地位圖。本研究之發現：

- 一、關於 IM 法之演算法之問題點方面：對於 2 階正規非循環有向圖之減少交錯邊處理，IM 法的處理成效有限。另外，以挑選能放置於離中心軸最近的頂點之準則，有時反而無法得到最少減少交錯邊之圖。
- 二、關於三種減少交錯邊方法之成效分析方面：IM 法頂點之重要度小於等於邊路徑法之重要度，且邊路徑法之重要度小於等於邊路徑位序法之重要度。其次，在某些條件下，發現 IM 法、邊路徑法與邊路徑位序法之成效相同。此外，IM 法、邊路徑法與邊路徑位序法，在減少交錯邊處理上，各有處理得好與不佳的情形之實例。
- 三、關於應用減少交錯邊之技術方面：建置數與計算教材地位圖，且得到三個概念分群的效果。

**關鍵詞：**IM 法、邊路徑法、邊路徑位序法、九年一貫、數與計算。

---

\*臺中教育大學數學教育學系碩士班研究生

\*\*彰化縣白沙國小教師，通訊作者

### Abstract

Recently, the method which makes data to be converted to a layer diagram has drawn much attention to the educational statistics. These researchers used proper technique to let data present as a hierarchical graph, for example, Forrester diagram and Concept diagram. Thus, presenting data into hierarchical graph is important in data analysis. However, the empirical study shows that if hierarchical graph is over-complex, then it often reduces readability and practicability. Moreover, although nowadays there are many methods to solve the problem above, such as IM method, these methods have their restriction. Thus, our first purpose is to analyze the algorithm problem of IMM by using MATLAB program. Secondly, two methods developed by Liu are studied and compared with IM. Finally, we apply these methods to build hierarchical graph of teaching in the unit of number and count.

Our main results are as follows.

1. On the algorithm of IMM, we point out two issues on reducing the number of crossing edges.
2. On the effects of three methods above, we find that the importance index of IMM is less than or equal to that of EPM. And the importance index of EPM is less than or equal to that of EPOM. Secondly, under certain conditions, the effect of IMM, EPM and EPOM is the same.
3. On the application, we propose a hierarchical graph of teaching with high readability. Besides, three important subgroups of concepts concerning number and count are found in this graph.

**Key words:** Illustrative Mapping Method, Edge-Path Method, Edge-Path Order Method, 1st-9th Grades Curriculum Alignment, Number and Count.

## 壹、緒論

### 一、研究動機

九年一貫課程自九十學年度改革實施以來，現在雖已邁入正綱的階段了，然而，許多國小教師仍對九年一貫課程中，要求教師自編教材的部份缺乏信心。研究者訪談幾位國小教師後，發現主要癥結在沒有全方位的教材地位圖。全方位的教材地位圖，至少必須提供國小一年級到六年級所有課程內容之上下位階層關聯。然而，全方位的教材地位圖可想見是一個複雜且密密麻麻的關聯結構圖。

或許正因為一個課程內容過多，且上下位階層關聯複雜的結構圖，其製作上不容易，即便製作出來，在視覺效果上，亦無法克服來自上下位階層關係的過多交錯邊，而大大降低階層圖之可讀性與實用性。有鑑於製作全方位的教材地位圖的必要性，故如何提高階層圖之可讀性與實用性，已成為發展全方位教材地位圖當務之急的理由。

回顧過去，國外在解決階層圖交錯邊過多問題之研究上，首屈一指的是日本學者杉山公照 (Sugiyama) 教授於 1981 年所提出之重心法 (barycentric method)。重心法根據重心值由大到小，來逐一重排各層之頂點，以達到減少交錯邊的目的。其優點乃計算容易，且對只有兩層且頂點數在 10 以內，幾乎可以有效達到減少交錯邊的目的。然而其缺點則出現在無法一次同時考慮兩層以上，來同步排列頂點。因此，不論由下往上，亦或由上往下逐一重排相鄰兩層的頂點時，往往發生剛排好的不錯的第一第二層後，再排第二第三層時，往往陷入原先排得不錯的二層被重排掉的窘境中，另外，同重心的處理亦不盡理想，以致重排各層之頂點時，有拿捏不定的問題。

相對應於重心法，日本學者竹谷誠 (Takeya) 教授於 1998 年，提出所謂圖解的描畫法 (illustrative mapping method, 簡稱 IM 法)，來解決階層圖交錯邊過多之問題。IM 法利用重要度的概念，來重排各層之頂點。其優點在可以一次同時考慮兩層以上，來同步排列頂點，這樣的排列方式，根據佐佐木整、竹谷誠 (1997, 1998) 之實證性研究發現，的確比重心法更能有效達到減少交錯邊的目的。然而，竹谷誠教授於 2004 年 4 月蒞臨臺中師範學院與臺中健康管理學院演講時，對其 IM 法是否能真正有效處理所有階層圖，以達到減少交錯邊目的之質疑時，仍持保留的態度。因此，驗證 IM 法在減少交錯邊上之成效，成為最具挑戰性之研究題材。

而國內關於解決階層圖交錯邊過多問題之研究，首推楊維楨、郭乃文 (2001) 對何氏圖 (Forrester diagram) 之研究，該研究本質上乃利用 Sugiyama (1981) 之重心法，來提高何氏圖之可讀性。因而，受限於重心法的瓶頸問題，使得該論文無法給出重心法在何氏圖上，降低交錯邊數的具體成效。隨後，廖寶貴 (2006) 受到竹谷誠教授的影響，乃實際應用 IM 法於國內數學教育領域，而得到可讀性高之教材地位圖。同一時期，陳俊宏 (2006) 也探討了 IM 法的應用與將 IM 法結合貪婪交換法 (Greedy method)，並稱其為 GM 法，利用 MATLAB 程式不斷地資料模擬，陳俊宏成功地找到了 IM 法不如 GM 法的例子。但是，陳俊宏的研究，對於回答 IM 法到底對哪一類型的階層圖絕對亮眼，似乎仍是無法從

MATLAB 程式不斷模擬嘗試錯誤中得到解答。

從另外的觀點看此問題，江意蘭 (2006) 利用學者劉湘川教授於 2004 年改良自 IM 法之兩種重要度，提出平行於 IM 法之邊路徑與邊路徑位序兩種減少階層圖交錯邊數之新方法，並與 IM 法做一成效比較。江意蘭的研究指出 IM 法、邊路徑法與邊路徑位序法，在 8 個頂點的 20 個模擬例子中，三種方法均較 ISM 法所得出階層圖之交錯邊數為少，而三種方法彼此在階層圖減少交錯邊數之成效上，顯示邊路徑位序法減少交錯邊的效果最佳，其次為 IM 法，再次為邊路徑法，最後是 ISM 法。這個結果間接印證了陳俊宏 (2006) 之研究。然而，江意蘭 (2006) 的研究，因是在 8 個頂點的 20 個模擬例子為樣本的情形下，所得出的結論，所以，研究結果並未一般性地回答三種方法，彼此在階層圖減少交錯邊數之成效。

基於此，本研究擬參考江意蘭 (2006) 研究架構之一部份，借助 MATLAB 程式的計算分析，企圖建立三種方法成效分析的一般性結果。再者，基於發展全方位教材地位圖之重要性，本研究亦著眼於應用階層圖減少交錯邊之技術，建立國小數學教材「數與計算」主題一到六年級概念之教材地位圖，期能提供教師自編教材時之參考。

## 二、研究目的與待答問題

本研究旨在比較 IM 法、邊路徑法與邊路徑位序法，三種方法在階層圖減少交錯邊上之成效，以及應用減少交錯邊之方法於建立國小數學教材一到六年級，建置「數與計算」主題概念之教材地位圖，本研究之待答問題如下：

- (一) 以實例分析 IM 法之演算法的問題點。
- (二) 以實例分析比較三種減少交錯邊方法之成效。
- (三) 應用減少交錯邊之技術，建立可讀性高之「數與計算」教材地位圖。

## 貳、文獻探討

### 一、學者竹谷誠之 IM 法

#### (一) IM 法之相關理論

學者竹谷誠於 1998 年，根據定義 2.1.1，提出非循環有向圖之有向邊的重要度如下：

**定義 2.1.1** 非循環有向圖  $G(V, E)$  中，有向邊  $\overline{v_k v_l} \in E$  之重要度  $I(v_k, v_l; G)$  定義為

$$I(v_k, v_l; G) = \# C(v_k, v_l; G),$$

其中

$C(v_k, v_l; G) = \{ (v_i, v_j) : \overline{v_k v_l} \text{ 為始點 } v_i \text{ 終點 } v_j \text{ 之步道 } w \text{ 的經由邊} \}$ 。

**定義 2.1.2** 令

$A_1(v_i) = \{v_j \in V : \text{存在步道使得 } v_j \text{ 與 } v_i \text{ 分別為 } W \text{ 之始點與終點}\}$ ，  
 $R_1(v_i) = \{v_j \in V : \text{存在步道使得 } v_i \text{ 與 } v_j \text{ 分別為 } W \text{ 之始點與終點}\}$ 。則稱  
 $A_1(v_i)$  為頂點  $v_i$  之先行頂點所成之集合， $R_1(v_i)$  為頂點  $v_i$  之可到達頂點所成之集合。

根據上述定義可得：

**定理 2.1.3** 若  $G(V, E)$  為非循環有向圖，則

$$C(v_k, v_l; G) = A_1(v_k) \times R_1(v_l),$$

證明：根據  $C(v_k, v_l; G)$  與集合之直積的定義可得證本定理。  $\square$

**定理 2.1.4** 非循環有向圖  $G(V, E)$  中，若  $\#V = n$ ,  $A = [a_{ij}]_{1 \leq i, j \leq n}$  為  $G(V, E)$

之鄰接矩陣，且  $R = [r_{ij}]_{1 \leq i, j \leq n}$  為  $G(V, E)$  之可到達矩陣，則

$$I(v_k, v_l; G) = \left( \sum_{i=1}^n r_{ik} \right) a_{kl} \left( \sum_{i=1}^n r_{lj} \right),$$

證明：因為

$$I(v_k, v_l; G) = \# A_1(v_k) \# R_1(v_l),$$

且

$$\# A_1(v_k) = \sum_{i=1}^n r_{ik}, \quad \# R_1(v_l) = \sum_{j=1}^n r_{lj},$$

所以得證本定理。  $\square$

根據非循環有向圖之有向邊的重要度，學者竹谷誠進一步定義頂點之重要度如下：

**定義 2.1.5** 設  $G(V, E)$  為非循環有向圖，且

$$I_v(v_i; G) = \sum_{j=1, j \neq i}^n \{I(v_i, v_j; G) + I(v_j, v_i; G)\}$$

則稱  $I_v(v_i; G)$  為 IM 法中頂點  $v_i$  之重要度。

## (二) IM 法之演算法

IM 法之演算法乃由下列四個基本步驟、選擇法則與放置法則三方面所構成 (陳俊宏、胡豐榮、許天維, 2004)。在遵循 IM 法之演算法來減少階層圖交錯邊數時，仍有兩個重要的地方必須加以留意。首先是定出中心軸，中心軸依照繪圖慣例，均會選在繪圖紙的中央鉛直的方向。其次是放置後的子圖  $G'(V', E')$  之意義，所謂放置後的子圖，乃指經由 IM 法之演算法，不斷地從原圖  $G(V, E)$  裡的  $v$  中選取階層圖的頂點，來有中心軸的紙面擺放後，所形成的非循環有向圖  $G'(V', E')$  這裡  $V'$  表示已經擺放上去的概念所成的集



合， $E'$  表示已經擺放上去的概念與概念間的有向邊所成的集合。

1. 四個基本步驟

- (1) 選擇重要度最大的概念  $v_i$ ，將其放置於中心軸上。若有兩個以上的時候，任選其中一個。
- (2) 與概念  $v_i$  緊連之上位或下位概念中，從中選取重要度最大的概念  $v_j$ ，將其放置於中心軸上。若有兩個以上的時候，根據選擇法則來選取。
- (3) 與概念  $v_i$  或  $v_j$  緊連之上位或下位概念中，從中選取重要度最大的概念  $v_k$ ，將其放置在中心軸上。若最大值有兩個以上的時候，根據選擇法則選取一個。
- (4) 若步驟三所選到之概念  $v_k$  無法放置於中心軸時，則根據放置法則來擺放。如果還有未擺放的概念時，則回到步驟三重複進行，直到全部的概念都擺放完為止。

2. 選擇法則

- (1) 挑選能放置於離中心軸最近的概念。亦即， $I_{vw}(v_i; G')$  最大的概念，這裡  $v_i$  表示準備放入  $G'(V', E')$  之頂點，

$$I_{vw}(v_i; G') = \sum_{j=1, j \neq i}^{n'} \{I(v_i, v_j; G') + I(v_j, v_i; G')\} w_{ij}, \quad n' = \# V',$$

$$w_{ij} = (N_j - n_j + 1) / N_j, \quad E(v_k, v_l; G) = \{W : \overline{v_k v_l} \text{ 為步道 } W \text{ 之經由邊}\},$$

如下圖 2.1.1 所示， $v_j$  表示  $G'(V', E')$  中與  $v_i$  緊鄰的頂點，並假設其在中心軸的左邊， $N_j$  表示  $v_j$  所在的層最左邊到中心軸已經擺放的頂點個數，另外， $n_j$  表示  $v_j$  所在的位置到中心軸已經擺放的頂點個數。值得注意的是，這裡個數的計算是在  $G'(V', E')$  中，而不是在原圖  $G(V, E)$  中計數。

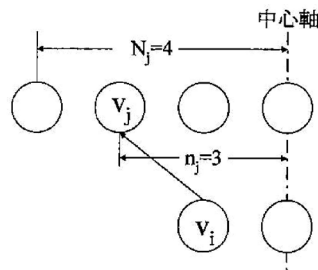


圖 2.1.1  $w_{ij}$  之詮釋圖

- (2) 若滿足選擇法則 (一) 中之頂點有兩個以上時，則選取  $G'(V', E')$  中，頂點重要度  $I_v(v_i; G')$  最大的頂點  $v_i$ 。
- (3) 若滿足選擇法則 (二) 中之頂點有兩個以上時，則選取能與  $G'(V', E')$  連接出最多邊的頂點  $v_i$ 。
- (4) 若滿足選擇法則 (三) 中之頂點有兩個以上時，則選  $G(V \setminus V', E \setminus E')$  中，頂點重要度最低的頂點  $v_i$ 。

- (5)若滿足選擇法則 (四) 中之頂點有兩個以上時，則選取能與  $G(V \setminus V', E \setminus E')$  連接出最少邊的頂點  $v_i$ 。
- (6)若滿足選擇法則 (五) 中之頂點有兩個以上時，則選取  $L_i$  最小的頂點  $v_i$ 。這裡  $L_i$  表示  $G'(V', E')$  中，與頂點  $v_i$  緊鄰之所有的有向邊長度之總和。
- (7)若滿足選擇法則 (六) 中之候選頂點有兩個以上時，則任選一個候選頂點。

### 3. 放置法則

- (1)某頂點選擇放在中心軸的左邊或右邊之準則，乃看該頂點放在左邊時，能與  $G'(V', E')$  緊連之頂點個數較多呢？還是該頂點放在右邊較多來決定，選擇放在較多的那一邊。亦即， $I_{vw}^*(v_i; G')$  之值較大者，這裡

$$I_{vw}^*(v_i; G') = \sum_{j=1, j \neq i}^n \{I(v_i, v_j; G') + I(v_j, v_i; G')\} w_{ij}^*,$$

$$w_{ij}^* = \text{sign} \times \frac{n_j}{N_j},$$

$$\text{sign} = \begin{cases} 1 & \text{若 } v_i \text{ 與 } v_j \text{ 在中心軸在同一側，} \\ -1 & \text{若 } v_i \text{ 與 } v_j \text{ 在中心軸在相異側，} \end{cases}$$

- (2)若放置法則(1)仍無法決定將頂點放置在中心軸的左邊或右邊時，則根據  $I_v^*(v_i; G')$  在中心軸左右邊之取值，選擇放置  $I_v^*(v_i; G')$  較大的那一邊，這裡

$$I_v^*(v_i; G') = \sum_{j=1, j \neq i}^n \{I(v_i, v_j; G') + I(v_j, v_i; G')\} \times \text{sign}.$$

- (3)若放置法則 (二) 仍無法決定將頂點放置在中心軸的左邊或右邊時，則根據要擺放的頂點在  $G'(V', E')$  的中心軸之左側可以連出較多邊，還是右側可以連出較多邊，選擇放置在較多邊的那一側。
- (4)若放置法則 (三) 仍無法決定將頂點放置在中心軸的左邊或右邊時，則根據要擺放的頂點在  $G'(V', E')$  的中心軸之左側可以到達的頂點數較多，還是右側可以到達的頂點數較多，選擇放置在可到達的頂點數較多的那一側。
- (5)若放置法則 (四) 仍無法決定將頂點放置在中心軸的左邊或右邊時，則根據在  $G'(V', E')$  的中心軸之左側或右側，與要擺放的頂點緊鄰的有向邊長度總和在那哪一側比較小，選擇放在有向邊之邊長總和最小的那一邊。
- (6)若放置法則 (五) 仍無法決定將頂點放置在中心軸的左邊或右邊時，則根據要擺放的頂點所在的層，其在該層中心軸左右兩邊已放置的頂點個數的多寡來決定。選擇放在較少的那一邊。
- (7)若放置法則(六)仍無法決定將頂點放置在中心軸的左邊或右邊時，則任選一邊放置。

## 二、學者劉湘川之邊路徑法

### (一) 邊路徑概念法之相關理論

學者劉湘川提出定義 2.2.1-2.2.6 來定義邊路徑法：

**定義 2.2.1** 非循環有向圖  $G=(V, E)$  中, 若  $\overline{v_k v_l}$ , 則稱

$$E(v_k, v_l; G) = \{ W : \overline{v_k v_l} \text{ 爲步道 } W \text{ 之經由邊} \}$$

爲頂點  $v_k, v_l$  之經由路徑集。

**定義 2.2.2** 令

$$A_2(v_i) = \{ W : \text{爲步道 } W \text{ 之終點爲 } v_i \},$$

$$R_2(v_i) = \{ W : \text{爲步道 } W \text{ 之始點爲 } v_i \},$$

則稱  $A_2(v_i)$  爲頂點  $v_i$  之先行路徑集所成之集合,  $R_2(v_i)$  爲頂點  $v_i$  之可到達路徑集所成之集合。

**定義 2.2.3** 若  $G=(V, E)$  爲非循環有向圖, 則

$$o(v_k, v_l; G) = \max \{ \| W \| : v_k \text{ 爲步道 } W \text{ 之終點} \},$$

$$\#E(v_k, v_l; G) = \#A_2(v_k) \#R_2(v_l).$$

證明：根據  $E(v_k, v_l; G)$  與集合之直積的定義可得證本定理。

**定義 2.2.4** 非循環有向圖  $G=(V, E)$  中, 定義有向邊  $\overline{v_k v_l} \in E$  之邊路徑重要度

$J(v_k, v_l; G)$  如下：

$$J(v_k, v_l; G) = \#E(v_k, v_l; G).$$

**定義 2.2.5** 非循環有向圖  $G=(V, E)$  中, 假設  $\#V=n$  且  $A$  爲  $G=[a_{ij}]_{1 \leq i, j \leq n}$  之鄰接矩陣, 令方陣  $P=[p_{kl}]_{1 \leq k, l \leq n} = \sum_{i=1}^{n-1} A^i$ , 則

$$J(v_k, v_l; G) = \left( \sum_{i=1}^n p_{ik} \right) a_{kl} \left( \sum_{j=1}^n p_{lj} \right).$$

證明：因爲

$$E(v_k, v_l; G) = \#A_2(v_k) \#R_2(v_l), \quad \#A_2(v_k) = \sum_{i=1}^n p_{ik}, \quad \#R_2(v_l) = \sum_{j=1}^n p_{lj},$$

所以得證本定理。

**定義 2.2.6** 設  $G=(V, E)$  爲非循環有向圖, 且

$$J_v(v_i; G) = \sum_{i=1, j \neq i}^n \{ J(v_i, v_j; G) + J(v_j, v_i; G) \},$$

則稱  $J_v(v_i; G)$  爲邊路徑法中頂點  $v_i$  之重要度。

## (二) 邊路徑法之演算法

邊路徑法之演算法由四個基本步驟、選擇法則與放置法則三方面所構成。與 IM 法的差別只在重要度的地方，即分別以  $J(v_i, v_j; G)$ ， $J_{vw}(v_k, v_l; G)$  與  $J_v^*(v_k, v_l; G)$  來取代  $I(v_k, v_l; G)$ ， $I_{vw}(v_k, v_l; G)$ ，與  $I_v^*(v_k, v_l; G)$ 。

## 三、學者劉湘川之邊路徑位序法

### (一) 邊路徑位序法之相關理論

學者劉湘川提出定義 2.3.1 與定義 2.3.4 來定義邊路徑位序法：

**定義 2.3.1** 非循環有向圖  $G(V, E)$  中，若  $\overline{v_k v_l} \in E$ ，則稱

$$o(v_k, v_l; G) = \max \{ \|W\| : v_k \text{ 為步道 } W \text{ 之終點} \},$$

為有向邊  $\overline{v_k v_l}$  之位序，其中  $\|W\|$  表示步道  $W$  之長度。

**定理 2.3.2** 非循環有向圖  $G(V, E)$  中，假設  $\#V = n$  且  $A = [a_{ij}]_{1 \leq i, j \leq n}$  為  $G(V, E)$  之鄰接矩陣，令方陣

$$\overbrace{A \otimes \cdots \otimes A}^p = \bigotimes_{i=1}^p A = [a_{ij}^{(p)}]_{1 \leq k, l \leq n},$$

則

$$o(v_k, v_l; G) = a_{kl} \max \{ d_{ik} : i = 1, 2, \dots, n \},$$

這裡

$$d_{ij} = \max \{ p \in \{1, 2, \dots, n-1\} : a_{ij}^{(p)} = 1 \}.$$

證明：因為  $a_{ij}^{(p)} = 1$  表示存在以頂點  $i$  為始點，頂點  $j$  為終點且路徑長剛好是  $p$  的路徑，所以  $d_{ij}$  表示以頂點  $i$  為始點，頂點  $j$  為終點的路徑中，路徑長之最大值。又因為

$$o(v_k, v_l; G) = \max \{ \|W\| : v_k \text{ 為步道 } W \text{ 之終點} \},$$

所以得證

$$o(v_k, v_l; G) = a_{kl} \max \{ d_{ik} : i = 1, 2, \dots, n \}. \quad \square$$

**定義 2.3.3** 非循環有向圖  $G(V, E)$  中，有向邊  $\overline{v_k v_l} \in E$  之路徑位序重要度  $K(v_k, v_l; G)$  定義為

$$K(v_k, v_l; G) = \#E(v_k, v_l; G) + o(v_k, v_l; G).$$

**定義 2.3.4** 設  $G(V, E)$  為非循環有向圖，且

$$K_v(v_i; G) = \sum_{j=1, j \neq i}^n \{ K(v_i, v_j; G) + K(v_j, v_i; G) \},$$

則稱  $K_v(v_i; G)$  為邊路徑位序法中頂點  $v_i$  之重要度。

## (二) 邊路徑位序法之演算法

邊路徑位序法之演算法亦由四個基本步驟、選擇法則與放置法則三方面所構成。與 IM 法的差別只在重要度的地方，即分別以  $K(v_k, v_l; G)$ ， $K_{vw}(v_k, v_l; G)$  與  $K_v^*(v_k, v_l; G)$  來取代  $I(v_k, v_l; G)$ ， $I_{vw}(v_k, v_l; G)$  與  $I_v^*(v_k, v_l; G)$ 。

## 四、相關實證性研究

由於本研究參考江意蘭 (2006) 論文架構之一部份，且進行有關 IM 法、邊路徑與邊路徑位序法之比較分析。因此，底下針對江意蘭、陳俊宏與廖寶貴三人之論文進行文獻探討。

### (一) 江意蘭論文

#### 1. 研究目的

- (1) 發展電腦程式，方便從原始資料得到 ISM 法和 IM 法的階層結構圖。
- (2) 比較 ISM 法、IM 法、邊路徑法與邊路徑位序法減少交錯邊之成效。

#### 2. 研究方法

利用 MATLAB 來產生亂數，以模擬鄰接矩陣。並以 0.75 為閾值。當亂數值大於或等於 0.75 時，視表示頂點  $i$  到頂點  $j$  有箭頭，即  $a_{ij} = 1$ 。反之，則表示頂點  $i$  到頂點  $j$  沒有箭頭，即  $a_{ij} = 0$ 。該研究僅針對 8 個頂點（即  $n = 8$ ）做資料模擬。

#### 3. 研究流程

- (1) 根據閾值 0.75 將亂數資料轉化為鄰接矩陣  $A$ ，
- (2) 使用 MATLAB 計算出可到達矩陣  $R$ ，
- (3) 使用 MATLAB 計算圖形階層數後，繪製 ISM 圖，
- (4) 使用 MATLAB 分別計算 IM 法、邊路徑與邊路徑位序重要度值，
- (5) 使用 MATLAB 程式執行 IM 法、邊路徑與邊路徑位序之減少交錯邊演算，
- (6) 使用 MATLAB 分別繪製 IM 法、邊路徑與邊路徑位序之減少交錯邊後的圖。

#### 4. 研究結果

表 2.4.1 減少交錯邊後圖形的交錯數

樣本	方法			
	ISM 圖	IM 圖	邊路徑圖	邊路徑位序圖
1	3	0	1	0
2	1	1	1	1
3	1	0	0	0
4	3	0	0	0
5	4	0	0	0

6	3	0	0	0
7	1	1	1	1
8	2	1	1	1
9	2	1	1	1
10	5	0	0	0
11	3	0	0	0
12	4	4	4	4
13	4	1	1	1
14	10	5	5	5
15	0	1	0	0
16	2	0	0	0
17	1	0	0	0
18	1	0	0	0
19	3	0	0	0
20	2	0	0	0

從表 2.4.1 可以看出，江意蘭 (2006) 所模擬的 20 筆鄰接矩陣資料中，除了第 15 筆資料外，IM 法減少交錯邊的效果均與邊路徑位序法相同。所以整體看起來，邊路徑位序法減少交錯邊的效果最佳，其次為 IM 法，再次為邊路徑法，最後是 ISM 法。

### 5. 問題點

針對江意蘭 (2006) 之論文，進行文獻探討之後，發現若干值得進一步釐清的地方，茲分述如下：

- (1) 該論文對 IM 法之演算法著墨得很模糊，且論文中未清楚說明邊路徑法與邊路徑位序法之演算法則。
- (2) 以 MATLAB 進行鄰接矩陣資料模擬之資料筆數太少，總共才 20 筆資料，而且有些資料太過簡單，如圖 2.4.1、圖 2.4.2 與圖 2.4.3，肉眼即可進行減少交錯邊處理，不須要 MATLAB 程式來分析。

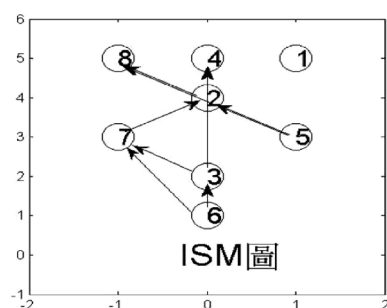


圖 2.4.1 原圖

如圖 2.4.1 與圖 2.4.3 所示，減少交錯邊處理前即無有向邊交錯，所以三種方法的分析，顯得多餘。另外，如圖 2.4.2 所示，減少交錯邊處理前，只有一個交錯邊。

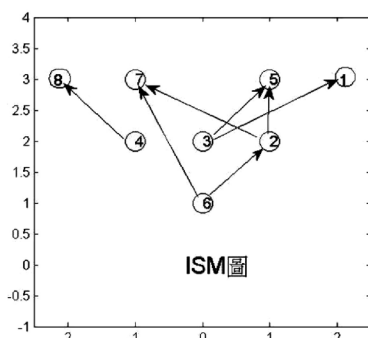


圖 2.4.2 原圖

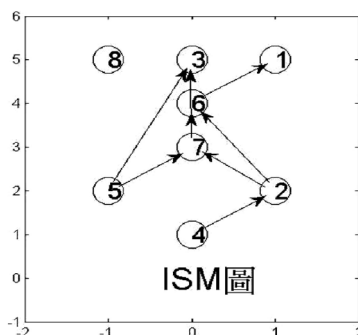


圖 2.4.3 原圖

(3)根據 MATLAB 所繪製之圖形，未能進一步分析階層圖減少交錯邊數之後，是否為最佳化的狀態，例如圖 2.4.4 為 IM 法減少交錯邊數之後的階層圖，而根據表 2.4.2，以及減少交錯邊數之演算法，可以發現減少交錯邊數之後的數目均為 4。然而，圖 2.4.4 中，若將頂點 2 排放到中心軸的左邊，而將頂點 7 排放到中心軸的右邊，然後稍作微調後，可以很清楚地發現到圖 2.4.4 之最佳化的交錯邊數為 1。

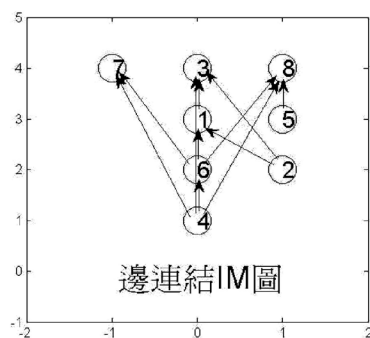


圖 2.4.4 IM 圖

表 2.4.2 三種重要度的比較表

方法	頂點							
	1	2	3	4	5	6	7	8
IM 邊	10	3	6	8	1	13	3	4
邊路徑	10	3	6	8	1	13	3	4
邊路徑位序	13	3	8	8	1	16	4	5

## (二) 陳俊宏論文

### 1. 研究目的

利用 Matlab 6.5 版程式，撰寫重心法、IM 法以及貪婪交換法（greedy method, 簡稱 GM 法）之程式，用於驗證改善正規階層圖中的交錯邊數的成效，並且利用 MATLAB 程式隨機模擬一正規階層圖的連接矩陣，將連接矩陣分別帶入重心法、IM 法以及 GM 法，檢視這三種方法在減少交錯邊數的成效。

### 2. 研究流程

(1) 依據正規階層圖頂點所在的階層，由第 1 階層到第  $n$  階層的次序排列，將該正規階層圖之鄰接矩陣表成如下矩陣：

$$A = \begin{bmatrix} 0 & M_1 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & M_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & M_{n-1} \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

其中  $M_i$  表示第  $i$  層頂點與第  $i+1$  層頂點所形成之鄰接矩陣。以 0.75 為閾值，當隨機值大於 0.75，則視為兩頂點有方向邊，反之兩頂點則無連接邊，據此組合成一個 5 階層、25 個頂點的鄰接矩陣。

(2) 為了確定程式產生的鄰接矩陣，能代表一個有向非循環圖的階層圖，所以在隨機產生矩陣後，將加入一個判斷是否是為有向非循環圖的檢查機制。

(3) 使用 MATLAB 分別繪製重心法、IM 法以及 GM 法之圖，

(4) 使用 MATLAB 分別計算圖形交錯邊後，進行比較分析。

### 3. 研究結果

(1) 在減少交錯邊數的研究上，模擬的階層資料說明，IM 法，如同重心法在減少交錯邊的作用，是一可行的方法，但是為要提升 IM 法在減少交錯邊的比率，將 IM 法結合 GM 法，將增加執行所需的時間。雖然，模擬資料，及實證資料的結果，都說明 IM 法及 GM 法優於重心法，但是缺乏理論的基礎，及更多的模擬資料的比較，無法說 IM 法及 GM 法絕對優於重心法，不過 IM 法結合 GM 法的，確能改善 IM 法在減少交錯邊不足的部分。

(2) 在閱讀理解的部分之研究，階層化的概念圖，在有經過減少交錯邊的相關方法，會比沒經過在有經過減少交錯邊的相關方法的階層概念圖，更容易閱讀追蹤相關知識。

(3) 在閱讀理解的實證分析研究，IM 法在排列階層頂點的方式的確優於重心法，與竹谷誠所做的研究的結果一致。

(4) 在閱讀理解的實證分析研究，GM 法，更能突顯，概念圖是具備多個主要概念為主軸，所延伸出的樹狀結構。



#### 4. 問題點

針對陳俊宏 (2006) 之論文，進行文獻探討之後，茲提出下列看法：

- (1) 該論文以 MATLAB 設計程式時，對程式執行次數的控制，亦即收斂次數的地方，沒有明確的準則加以控制，因此所得到的減少交錯邊的圖，可能不是真正最佳的圖。
- (2) 論文以 MATLAB 設計之程式，在重心法的處理上，出現由下層往上層逐一運算的結果，與上層往下層逐一運算的結果不同。因此，發生應該先由下往上好呢？還是由下往上計算較好的問題。這樣的問題，特別是對處理同重心的狀況，無法排除對 MATLAB 執行後的結果的可靠性之質疑。
- (3) GM 法的演算法著墨不清，因此，執行 GM 法的 MATLAB 程式所得到的減少交錯邊的圖，很有可能僅發生在 IM 法的選擇或放置法則失效的例子。也就是絕大部份的情形，GM 法減少交錯邊的效能，應與 IM 法相同。
- (4) 根據執行 MATLAB 程式後，所得到減少交錯邊的圖，固然是可以直接發現重心法、IM 法與 GM 法這三種方法之成效。然而，既然可以透過 MATLAB 之執行，多次模擬鄰接矩陣資料，並分別得出減少交錯邊的圖，因此，應該藉由極端化原則的方式，提出一般性的結果，以提高研究價值。

#### (三) 廖寶貴論文

##### 1. 研究目的

利用隨機模擬的階層結構圖，比較 PM 法、重心法及 IM 法之成效，並將 IM 法實際應用於現行數學教材中。

##### 2. 研究流程

廖寶貴 (2006) 的論文中，階層資料的模擬方式與陳俊宏 (2006) 之論文相同，因此，研究流程中，除了 PM 法的計算部份外，本質上與陳俊宏 (2006) 之研究流程雷同。

##### 3. 研究結果

- (1) PM 法的計算過程過於繁雜，計算量十分龐大，就算只有少量的頂點，也必須耗費比重心法、IM 法還要多的時間。在使用上，較不符合經濟效益。
- (2) 重心法可以減少交錯邊數，但是沒有辦法有效的將單元分類，因此相對的減少邊數有限；但是在階層數為 2，頂點數為 4 個以內時，重心法會有比 IM 法較佳的效果。
- (3) IM 法在選擇法則中，常發生因為數個頂點重要度相同，因而只好任選其一進行放置；在任選的過程中便可能因此而使結構圖的交錯邊增加，而未達到 IM 法的最佳情況。
- (4) 在探討使用 IM 法後的階層圖中，仍有些交錯邊是可以透過肉眼觀察、手動排列就可以再繼續減少的；故研究者推測，是由於在 IM 法的使用中，依照重要度的排列，強迫使相關度高的概念(頂點)聚合；因此，會造成某些頂點在排序過程中被強制定位，因此產生交錯邊。

- (5)由於 IM 法在聚集來源相同的群組時，相對的解決交錯邊過於密集的問題，因此計算使用 IM 法後的階層圖中的交錯邊數，比重心法的交錯邊數少了 11 個，更有效的達到減少交錯邊的目的。
- (6)透過減少交錯邊的技術，應用於數概念之階層結構圖後,發現結構圖可以分出乘法結構、加減法結構、數的表徵、小數結構以及分數的結構，五個群組。

#### 4. 問題點

針對廖寶貴 (2006) 之論文，進行文獻探討之後，茲提出下列看法：

- (1)該論文在 MATLAB 設計程式部份，與陳俊宏 (2006) 之論文中的問題點相同，未對程式執行次數的控制，沒有明確的準則加以控制，因此所得到的減少交錯邊的圖，可能不是真正最佳的圖。
- (2)該論文以 MATLAB 設計之程式，在重心法的處理上，與陳俊宏(2006) 之論文中的問題點相同，出現由下層往上層逐一運算的結果，與上層往下層逐一運算的結果不同。因此，發生應該先由下往上好呢？還是由下往上計算較好的問題。這樣的問題，特別是對處理同重心的狀況，無法排除對 MATLAB 執行後的結果的可靠性之質疑。
- (3)PM 法與 IM 法的演算法著墨不清，論文中僅透過文獻探討中之一個簡單的例子，說明 PM 法減少交錯邊的計算理論而已。因此，透過 MATLAB 隨機產生的鄰接矩陣資料中，PM 法與 IM 法如何進行減少交錯邊之運算，變成很模糊，故減少交錯邊後的結果會受到質疑。
- (4)與陳俊宏 (2006) 之論文相同，未能利用極端化原則，提出一般性的結果，以提高研究價值。

## 五、九年一貫教材分析

南一出版社民國 94 年出版的國小數學教材中，關於數與計算主題之教材，經整理分析後，發現數與計算主題共 68 個單元，進一步針對單元與單元間之上下位關聯做評估，在移除遞移性關聯後，最後編定成下圖 2.5.1，圖中代號請參閱表 3.3.1。

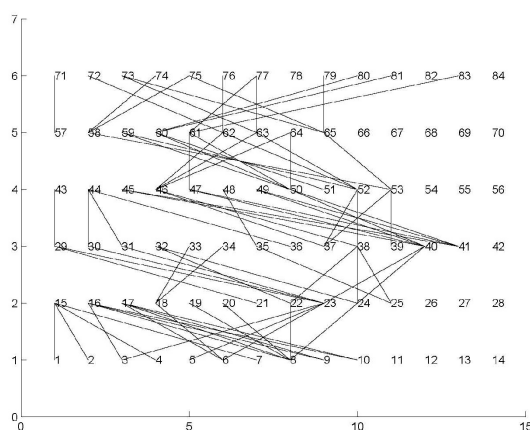


圖 2.5.1 數與計算主題之教材階層結構圖

## 參、結果與討論

### 一、IM 法之演算法的問題點

經由 MATLAB 6.5 程式執行，並整理分析資料後，發現 IM 法之演算法有下列的問題點：

**例 3.1.1** IM 法之演算法的選擇法則或放置法則中，雖各有許多步驟來判斷選擇哪個頂點或放置哪一邊，但對 2 階正規非循環有向圖，在進行減少交錯邊處理上，往往都在執行選擇法則或放置法則的第 (七) 步驟，以致無法得到最少減少交錯邊之圖。

**例 3.1.2** 圖 3.1.1 為一 2 階正規非循環有向圖，由圖中可以算出總共有 14 個交錯數，其中頂點 10 為孤立點。圖 3.1.1 雖然每層只有 5 個頂點，且層數只有 2 層，但是以肉眼直觀的方式，仍然很難得出最少減少交錯邊處理後之最少交錯數。

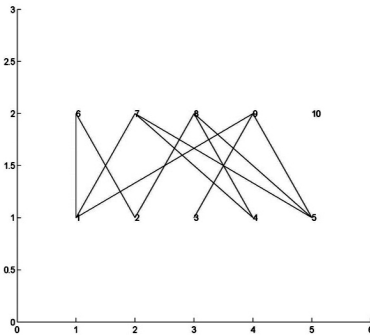


圖 3.1.1 減少交錯邊處理前之 2 階正規非循環有向圖

根據 IM 法，求得各頂點之重要度如表 3.1.1 所示：

表 3.1.1 IM 法頂點重要度

頂點	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
重要度	3	2	1	2	3	2	3	3	3	0

由於頂點 1，頂點 5，頂點 7，頂點 8 與頂點 9 之重要度均為 3，且 3 為最大值之故，根據 IM 法之演算法則的基本步驟 (一)，假設，第一步選頂點 7，並放置於中心軸上，然後挑選與頂點 7 有鄰接關係的頂點，發現有頂點 1，頂點 4，頂點 5。因為頂點 1 與頂點 5 之重要度等於 3，所以，此時必須由基本步驟 (二) 進入選擇法則。因為

$$G' = \{7\}, I_{vw}(i, G') = I_v(i, G') = 1, i = 1, 5,$$

所以進入選擇法則第 (三) 到第 (六) 步驟，結果發現頂點 1 與頂點 5 在各步驟之值均相同，故根據選擇法則第 (七) 步驟，假設，第二步選頂點 1，所以將頂點 1 置於中心軸上。隨後，第三步則從頂點 7 與頂點 1 有鄰接關係的頂點中，根據 IM 法之選擇法則來挑選頂點，由圖 4.1.1 中可以發現第三步候選的頂點有頂點 4，頂點 5，頂點 6 與頂點 9。因為頂點 5 與頂點 9 之重要度等於 3，所以，此時必須由基本步驟 (三) 進入選擇法則。

因為

$$G' = \{1, 7\}, I_{vw}(i, G') = I_v(i, G') = 1, i = 5, 9,$$

所以進入選擇法則第 (三) 到第 (六) 步驟，結果發現頂點 5 與頂點 9 在各步驟之值均相同，故根據選擇法則第 (七) 步驟，假設，第三步選頂點 5，因為放置法則第 (一) 到第 (六) 步驟，無法決定放置中心軸的左邊或右邊，所以將頂點 5 放置於中心軸的左邊。

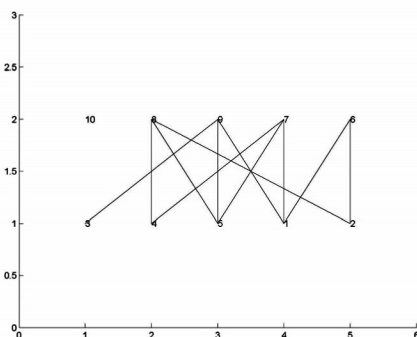


圖 3.1.2 IM 法處理後之 2 階正規非循環有向圖

重複執行 IM 法之選擇法則，第四步必須從頂點 6，頂點 8 與頂點 9 中選出一個來放置。因為頂點 8 與頂點 9 之重要度等於 3，所以，此時必須由基本步驟 (四) 進入選擇法則。因為

$$G' = \{1, 5, 7\}, I_{vw}(i, G') = I_v(i, G') = 1, i = 8, 9,$$

所以進入選擇法則第 (三)，結果發現頂點 9 與  $G'$  可以連接  $\overline{19}$  與  $\overline{59}$  這兩個邊，但頂點 8 與  $G'$  只能連接出  $\overline{58}$  這個邊，故第四步選頂點 9，因為放置法則第 (一) 到第 (六) 步驟，無法決定放置中心軸的左邊或右邊，所以將頂點 9 放置於中心軸的左邊。

同理，因為與  $\{1, 5, 7, 8, 9\}$  緊連的頂點有頂點 3，頂點 4 與頂點 8，且頂點 8 之重要度最大，所以第五步必須選頂點 8，又根據放置法則第 (一) 步驟，將頂點 8 放置於中心軸的左邊。

第六步要選的頂點候選是與  $\{1, 5, 7, 8, 9\}$  緊連的頂點，即頂點 2，頂點 3 與頂點 4。因為頂點 2 與頂點 4 之重要度等於 2，所以，此時必須由基本步驟 (四) 進入選擇法則。因為

$$G' = \{1, 5, 7, 8, 9\}, I_{vw}(2, G') > I_{vw}(4, G'),$$

所以根據選擇法則第 (一) 步驟，第六步選頂點 2，又根據放置法則第 (一) 步驟，將頂點 2 放置於中心軸的右邊。

第七步要選的頂點候選有頂點 3，頂點 4 與頂點 6。因為頂點 4 與頂點 6 之重要度等於 2，所以，此時必須由基本步驟 (四) 進入選擇法則。因為

$$G' = \{1, 2, 5, 7, 8, 9\}, I_{vw}(6, G') > I_{vw}(4, G')$$

所以根據選擇法則第 (一) 步驟，第七步選頂點 6，又根據放置法則第 (一) 步驟，

將頂點 6 放置於中心軸的右邊。

第八步選出頂點 4 放置於中心軸的左邊，第九步選出頂點 3 放置於中心軸的左邊，最後一步，將頂點 10 放置於中心軸的左邊，得到圖 4.1.2。

根據圖 3.1.2 可以得到交錯數等於 13。值得注意的是，圖 3.1.2 中交錯數的計算上，有向邊  $\overline{48}$  邊上是計算成 3 個交錯數。

由圖 3.1.1 的例子中，可以發現此 2 階正規非循環有向圖，在 IM 法的減少交錯邊處理上，若某個步驟候選的頂點個數大於等於 2 時，選擇法則大部份都是在執行第 (七) 步驟，這顯示 IM 法在 2 階正規非循環有向圖，減少交錯邊的處理上，以頂點重要度或加權重要度來重排頂點時，可以再加入一些選頂點的準則。

另外一方面，根據 Sugiyama, Tagawa & Toda (1981) 之研究，若進一步探究圖 3.1.2 的交錯數時，考慮將最底層的頂點之順序排成 3,1,5,2,4，然後，將最上層的頂點之順序排成 9,6,7,8,10，可以得到最少交錯數等於 7，如圖 3.1.3 所示，此時，就減少交錯邊處理的觀點上，圖 3.1.3 的圖優於圖 3.1.2。

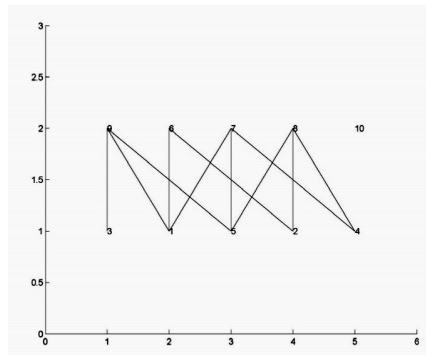


圖 3.1.3 最少交錯邊之圖

**例 3.1.3** IM 法之選擇法則第 (一) 步驟，以挑選能放置於離中心軸最近的頂點之準則，以及放置法則第 (六) 步驟，將挑選出的頂點放置於離中心軸最近的那一邊之準則，在進行減少交錯邊處理上，有時反而無法得到最少減少交錯邊之圖。

**例 3.1.4** 圖 3.1.4 為一 4 階正規非循環有向圖，直接觀察圖 3.1.4，可以計算出圖 3.1.4 之總交錯數等於 5。

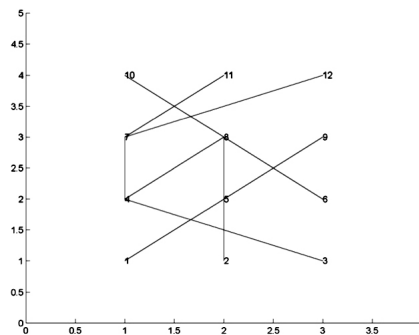


圖 3.1.4 減少交錯邊處理前之 4 階正規非循環有向圖

根據 IM 法，求得各頂點之重要度如表 3.1.2 所示：

表 3.1.2 IM 法頂點重要度

頂點	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
重要度	4	4	6	16	17	2	12	19	3	7	3	3

根據 IM 法之演算法，因為頂點 8 的重要度最大，所以第一步選出頂點 8，放置於中心軸。

第二步必須從頂點 4，頂點 5，頂點 6 與頂點 10 之候選頂點中，選出一個頂點來，因為頂點 5 的重要度最大，所以第二步選出頂點 5，放置於中心軸。

第三步必須從頂點 1，頂點 2，頂點 4，頂點 6 與頂點 10 之候選頂點中，選出一個頂點來，因為頂點 4 的重要度最大，所以第三步選出頂點 4，因為放置法則第 (一) 到第 (六) 步驟，無法決定放置中心軸的左邊或右邊，所以將頂點 4 放置於中心軸的左邊。

第四步必須從頂點 1，頂點 2，頂點 3，頂點 6，頂點 7，頂點 9 與頂點 10 之候選頂點中，選出一個頂點來，因為頂點 7 的重要度最大，所以第四步選出頂點 7，因為放置法則第 (一) 到第 (六) 步驟，無法決定放置中心軸的左邊或右邊，所以將頂點 7 放置於中心軸的左邊。

第五步必須從頂點 1，頂點 2，頂點 3，頂點 6，頂點 9，頂點 10，頂點 11 與頂點 12 之候選頂點中，選出一個頂點來，因為頂點 10 的重要度最大，所以第五步選出頂點 10，並放置於中心軸上。

第六步必須從頂點 1，頂點 2，頂點 3，頂點 6，頂點 9，頂點 11 與頂點 12 之候選頂點中，選出一個頂點來，因為頂點 3 的重要度最大，所以第六步選出頂點 3，並放置於中心軸上。

第七步必須從頂點 1，頂點 2，頂點 6，頂點 9，頂點 11 與頂點 12 之候選頂點中，選出一個頂點來，因為頂點 1 與頂點 2 的重要度最大，所以，此時必須由基本步驟 (四) 進入選擇法則。因為

$$G' = \{3, 4, 5, 7, 8, 10\}, I_{vw}(i, G') = I_v(i, G') = 4, i = 5, 9,$$

所以進入選擇法則第 (三) 到第 (六) 步驟，結果發現頂點 1 與頂點 2 在各步驟之值均相同，故根據選擇法則第 (七) 步驟，假設，第七步選頂點 1。

第八步必須從頂點 2，頂點 6，頂點 9，頂點 11 與頂點 12 之候選頂點中，選出一個頂點來，因為頂點 2 的重要度最大，所以選頂點 2。再根據放置法則第 (四) 步驟，將頂點 2 放置於中心軸右邊。

第九步必須從頂點 6，頂點 9，頂點 11 與頂點 12 之候選頂點中，選出一個頂點來，因為頂點 9，頂點 11 與頂點 12 之重要度最大，所以，此時必須由基本步驟 (四) 進入選擇法則。因為

$$G' = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 10\}, I_{vw}(11, G') = I_v(11, G') = 3,$$

$$I_{vw}(12, G') = I_v(12, G') = 3, I_{vw}(9, G') = I_v(9, G') = 2,$$

所以進入選擇法則第(三)到第(六)步驟，結果發現頂點 11 與頂點 12 在各步驟之值均相同，故根據選擇法則第(七)步驟，假設，第九步選頂點 11，再根據放置法則第(一)步驟，將頂點 11 放置於中心軸左邊。

第十步則選出頂點 12，同樣根據放置法則第(一)步驟，將頂點 12 放置於中心軸左邊。

第十一步必須從頂點 6，頂點 9 之候選頂點中，選出一個頂點來，因為頂點 9 之重要度最大，所以，根據放置法則第(六)步驟，將頂點 9 放置於中心軸右邊。

最後一步，根據放置法則第(六)步驟，將頂點 6 放置於中心軸右邊，所以得到圖 3.1.5。

本例中，IM 法之選擇或放置法則，雖然均可以明確決定選哪一個頂點或放置於中心軸的哪一邊，但此時，若進一步計算交錯數時，則從圖 3.1.5 可以發現總交錯數等於 1。

然而，從圖 3.1.5 可以很直觀看出，若將最後一步選出頂點 6，放置於中心軸右邊頂點 4 與頂點 5 中間時，可以得到總交錯數等於 0 之圖，或者如圖 3.1.6 的方式重排各層的頂點時，亦可得到總交錯數等於 0 之效果。

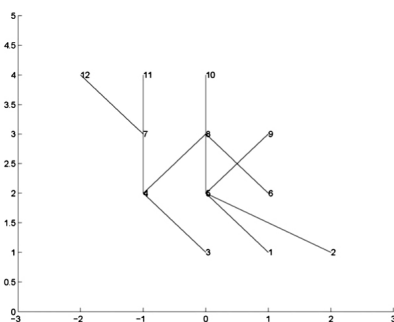


圖 3.1.5 IM 法交錯邊處理後之 4 階正規非循環有向圖

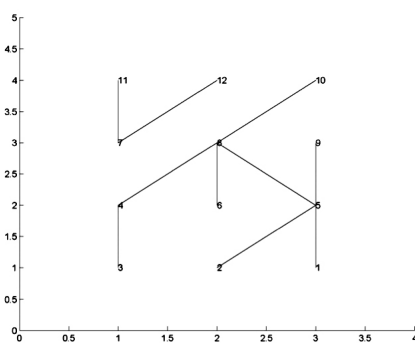


圖 3.1.6 最少交錯邊之圖

## 二、三種減少交錯邊方法之成效比較

比較 IM 法、邊路徑法與邊路徑位序法，在減少交錯邊方法之成效後，本節分別從兩個觀點，即一般理論觀點與實例分析觀點，來討論三種方法之成效。

## (一) 一般理論觀點

**定理 3.2.1.** 若  $G = (V, E)$  為任意之  $n$  階正規非循環有向圖，則

$$I_v(v_i; G) \leq J_v(v_i; G) \leq K_v(v_i; G), \forall v_i \in V$$

證明：根據定義 2.1.1, 定義 2.2.4 與定義 2.3.3 可得

$$I(v_k, v_l; G) \leq J(v_k, v_l; G) \leq K(v_k, v_l; G), \forall \overline{v_k v_l} \in E,$$

所以再根據定義 2.1.1, 定義 2.2.4 與定義 2.3.3 可得證本定理。  $\square$

**定理 3.2.2.** 若  $G = (V, E)$  為任意之 3 階正規非循環有向圖，則根據 IM 法與邊路徑法，進行減少交錯邊處理後，所得之圖的交錯總數相同。

證明：在任意之 3 階正規非循環有向圖  $G = (V, E)$  中，因為 IM 法的頂點重要度  $I_v(v_i; G)$  與邊路徑法的頂點重要度  $J_v(v_i; G)$  有下列關係：

$$I_v(v_i; G) = J_v(v_i; G), \forall v_i \in V,$$

所以根據 IM 法與邊路徑法，進行減少交錯邊處理後，所得之圖的交錯邊總數相同。  $\square$

**定理 3.2.3.** 設  $G = (V, E)$  為任意之  $n$  階正規非循環有向圖，若

$$J(v_k, v_l; G) \leq 1, \forall v_k, \forall v_l \in V, \quad (1)$$

則根據 IM 法與邊路徑法，進行減少交錯邊處理後，所得之圖的交錯總數相同。

證明：因為滿足本定理條件之任意  $n$  階正規非循環有向圖  $G = (V, E)$  中，IM 法的頂點重要度  $I_v(v_i; G)$  與邊路徑法的頂點重要度  $J_v(v_i; G)$  有下列關係：

$$I_v(v_i; G) = J_v(v_i; G), \forall v_i \in V,$$

所以根據 IM 法與邊路徑法，進行減少交錯邊處理後，所得之圖的交錯邊總數相同。  $\square$

**註解 3.2.4.** 若  $G = (V, E)$  為任意之  $n$  階正規非循環有向圖，且  $V$  中扣除最上層的頂點，其餘任意之頂點的內次數均小於等於 1 時，則  $G = (V, E)$  滿足 (1) 之關係式。

**定理 3.2.5.** 若  $G = (V, E)$  為任意之 2 階正規非循環有向圖，且最底層任意之頂點的外次數小於等於 2 時，則根據 IM 法、邊路徑法與邊路徑位序法，進行減少交錯邊處理後，所得之圖的交錯總數均相同。

證明：因為滿足本定理條件之任意 2 階正規非循環有向圖  $G = (V, E)$  中，IM 法的頂點重要度  $I_v(v_i; G)$ ，邊路徑法的頂點重要度  $J_v(v_i; G)$  與邊路徑位序法的頂點重要度  $K_v(v_i; G)$  有下列關係：

$$I_v(v_i; G) = J_v(v_i; G) = K_v(v_i; G), \forall v_i \in V,$$

所以根據 IM 法、邊路徑法與邊路徑位序法，進行減少交錯邊處理後，所得之圖的交



錯邊總數相同。 □

(二) 實例分析觀點

利用附錄 A、附錄 B 與附錄 C 之程式，執行後發現底下實例，說明 IM 法、邊路徑法與邊路徑位序法，在減少交錯邊處理上，各有處理得好與不佳的情形。

例 3.2.6. 圖 3.2.1 為一 5 階正規非循環有向圖，計算三種方法的重要度後，得到表 3-2-1。

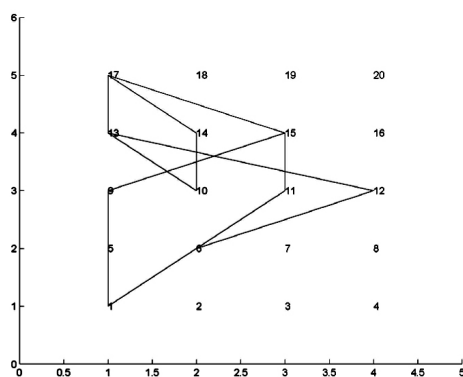


圖 3.2.1 5 階正規非循環有向圖

比較分析後，發現 IM 法與邊路徑法，減少交錯邊處理後之圖相同，如圖 3.2.2。根據邊路徑位序法，進行減少交錯邊處理後，得到圖 3.2.3。比較圖 3.2.2 與圖 3.2.3 發現：IM 法與邊路徑法，減少交錯邊處理後之效果，優於邊路徑位序法。

表 3.2.1 三種重要度的比較表

方法	頂點										
	1	5	6	9	10	11	12	13	14	15	17
IM	10	10	18	12	4	12	12	13	4	18	13
邊路徑	11	10	19	12	4	12	12	13	4	19	14
邊路徑位序	11	11	21	15	4	15	15	18	5	26	21

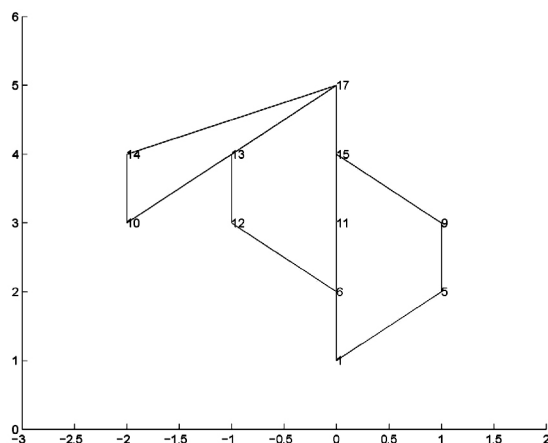


圖 3.2.2 IM 法與邊路徑法之圖

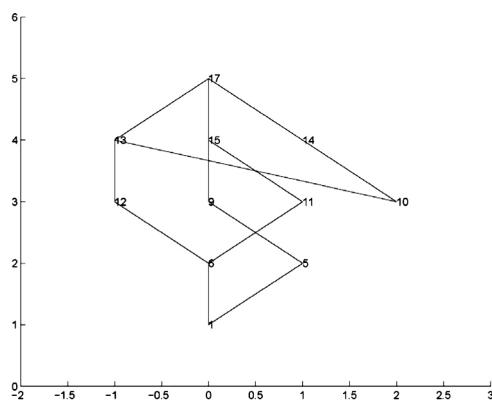


圖 3.2.3 邊路徑位序法之圖

圖 3.2.4 為一 6 階正規非循環有向圖，此時，總交錯數等於 111。

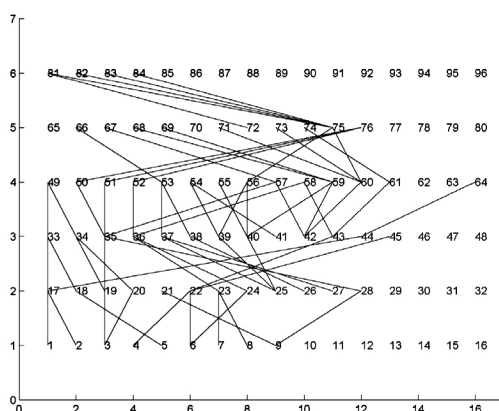


圖 3.2.4 6 階正規非循環有向圖

根據 IM 法進行減少交錯邊處理後，得到圖 3.2.5。此時，總交錯數等於 55。

根據邊路徑法進行減少交錯邊處理後，得到圖 3.2.6。此時，總交錯數等於 52。

根據邊路徑位序法進行減少交錯邊處理後，得到圖 3.2.7。此時，總交錯數等於 53。

比較圖 3.2.5、圖 3.2.6 與圖 3.2.7 發現：在減少交錯邊處理上，邊路徑法之效果優於邊路徑位序法，又邊路徑位序法優於 IM 法。

圖 3.2.8 為根據圖 3.2.7 進一步手動調整之最佳減少交錯邊處理後的圖，圖 3.2.8 可以看出圖 3.2.4 經過減少交錯邊處理後，最少交錯數等於 1。

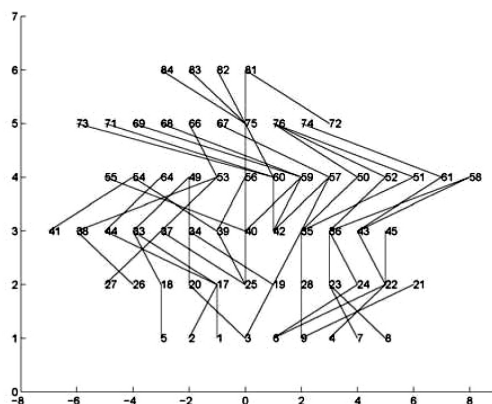


圖 3.2.5 IM 法之圖

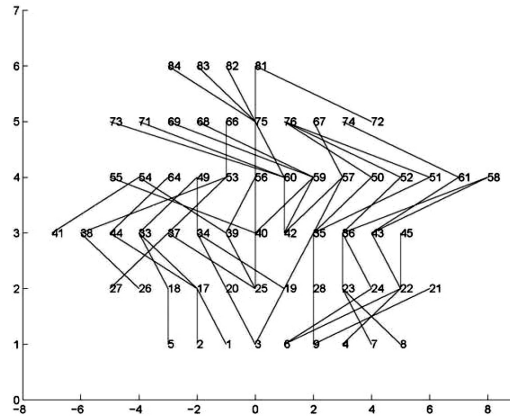


圖 3.2.6 邊路徑法之圖

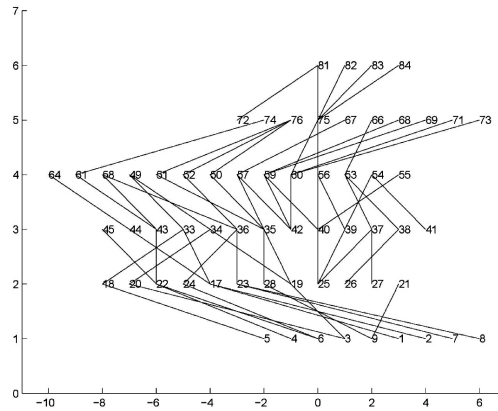


圖 3.2.7 邊路徑位序法之圖

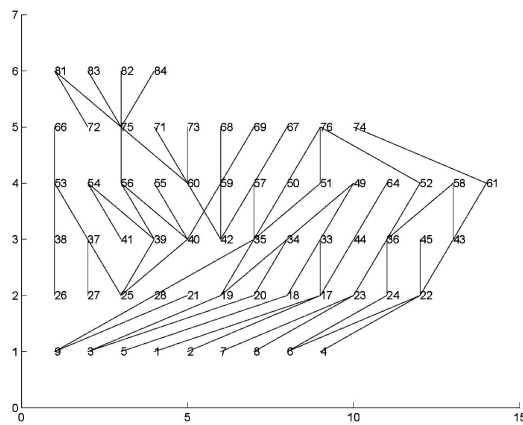


圖 3.2.8 進一步手動調整之圖

### 三、減少交錯邊之方法在數與計算教材分析之應用

根據前節之教材分析與數與計算主題之教材階層結構圖，可得到共有 230 個交錯數，如圖 2.5.1 所示。

圖 2.5.1 中的編號設計，乃配合 IM 法、邊路徑法與邊路徑位序法之分析，讓各階層的頂點數均為 14，且各年級上下學期的單元內容排在同一層，所以得到 6 階正規非循環

有向圖，各編號所代表的內容如表 3.3.1 所示：

利用 IM 法進行減少交錯邊處理後，得到圖 3.3.1，其中共有 82 個交錯數。利用邊路徑法進行減少交錯邊處理後，得到圖 3.3.2，其中共有 82 個交錯數。利用邊路徑位序法進行減少交錯邊處理後，得到圖 3.3.3，其中共有 79 個交錯數。

利用手動調整圖 3.3.3 來進行減少交錯邊處理，結果得到圖 3.3.4，其中共有 31 個交錯數。

表 3.3.1 數與計算主題之教材內容編號

編號	內容	編號	內容	編號	內容	編號	內容
1	數到 10	22	C6	43	C12	63	分數的乘法
2	第幾個	23	加法何減法	44	加和減	64	怎樣解題
3	分與合	24	C7	45	乘法	65	小數的除法
4	數到 30	25	C8	46	分數	71	C15
5	加一加	29	C9	47	除法	72	分數的加減
6	減一減	30	加法	48	C13	73	分數的乘除
7	數到 100	31	C10	49	算式填充題	74	小數的乘法
8	C1	32	乘法	50	乘法和除法	75	小數的除法
9	C2	33	除法	51	四則運算	76	比和比值
10	C3	34	分數	52	分數	77	分數的除法
15	數到 300	35	C11	53	小數	78	比例
16	加法	36	整數的加減	57	概數與估算	79	小數的除法
17	減法	37	分數和小數	58	小數的乘法	80	速度
18	C4	38	分數的加減	59	因數和倍數	81	分數的四則
19	乘法(一)	39	小數的加減	60	怎樣計算	82	C16
20	乘法(二)	40	整數的乘法	61	C14	83	怎樣解題
21	C5	41	整數的除法	62	擴分和約分	84	百分率

表 3.3.1 中，C1 表示三個數的加減，C2 表示 18 以內的加減，C3 表示兩位數的加減，C4 表示加減算式填充題，C5 表示 1000 以內的數，C6 表示 2,4,8,5 的乘法，C7 表示 3,6,9,7 的乘法，C8 表示加減算式填充題，C9 表示 2000 以內的數，C10 表示減法和電算器，C11 表示一萬以內的數，C12 表示十萬以內的數，C13 表示一億以內的數，C14 表示公因數和公倍數，C15 表示一億以上的數，C16 表示平均數中位數與眾數。

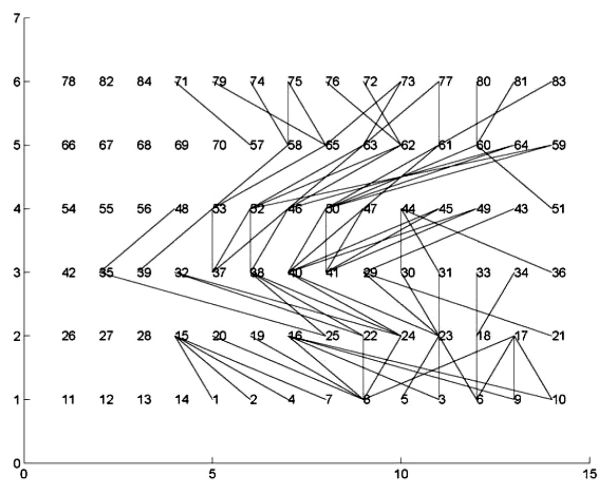


圖 3.3.1 IM 法

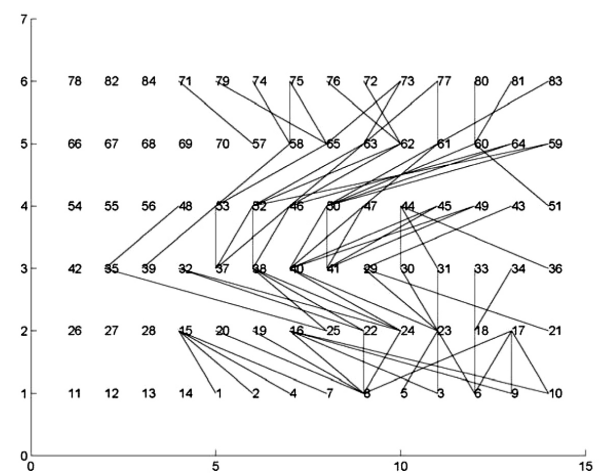


圖 3.3.2 邊路徑法

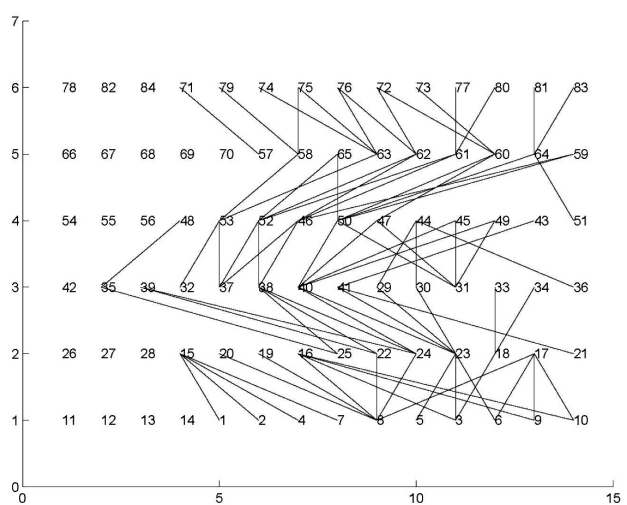


圖 3.3.3 邊路徑位序法

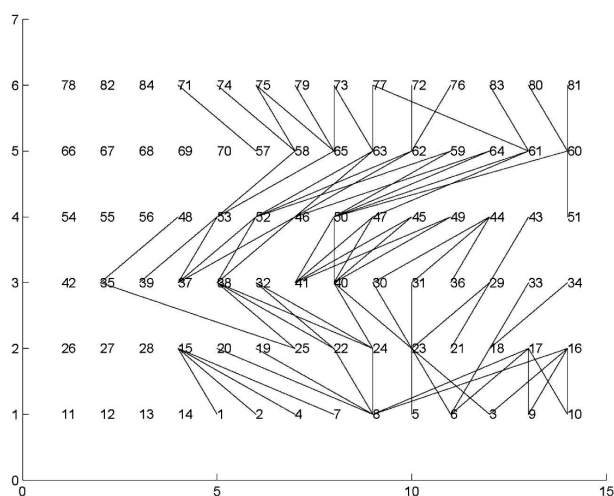


圖 3.3.4 可讀性高之數與計算教材階層結構圖

經由上述分析，可以得到下列結果：

- (一) 減少交錯邊之方法應用在數與計算教材分析上，邊路徑位序法的效果最佳，IM 法與邊路徑法的效果相同。
- (二) 對圖 2.5.1 之 6 階正規非循環有向圖而言，IM 法、邊路徑法與邊路徑位序法，三種方法在減少交錯邊之處理上，仍無法得到最少交錯數之圖，圖 2.5.1 的最少交錯數可以驗證等於 31 個。
- (三) 雖然三種方法在減少交錯邊之處理上，無法得到最少交錯數之圖，但透過三種方法的分析後，再進一步手動分析，比純粹靠手動分析來得有效率。另外，三種方法的分析所得之圖，即圖 3.3.1、圖 3.3.2 與圖 3.3.3 中，的確可以看出有三個概念分群的效果。第一分群為數到 10、第幾個、數到 30、數到 100、數到 300，第二分群為概數與估算、一億以上的數，第三分群為剩下來的單元所組成。
- (四) 可讀性高之圖 3.3.4，可以利用來進一步分析第三分群，結果發現第三分群的核心為加一加、加法和減法、整數的乘法、乘法和除法、公因數和公倍數與分數的除法六個部份所構成。

## 肆、結論與建議

### 一、結論

#### (一) 關於 IM 法之演算法之問題點方面：

1. 對於 2 階正規非循環有向圖之減少交錯邊處理，IM 法的處理成效有限，若與杉山公照 (1981) 之研究結果相較，IM 法在 2 階正規非循環有向圖之減少交錯邊處理成效不如重心法。
2. IM 法之選擇法則第 (一) 步驟中，以挑選能放置於離中心軸最近的頂點之準則，以及放置法則第 (六) 步驟，將挑選出的頂點放置於離中心軸最近的那一邊之準則，

在進行減少交錯邊處理上，有時反而無法得到最少減少交錯邊之圖。

(二) 關於三種減少交錯邊方法之成效分析方面：

1. 若  $G = (V, E)$  為任意之  $n$  階正規非循環有向圖且  $v_i \in V$ ，則 IM 法在頂點  $v_i$  之重要度小於等於邊路徑法在頂點  $v_i$  之重要度，且邊路徑法在頂點  $v_i$  之重要度小於等於邊路徑位序法在頂點  $v_i$  之重要度。此研究結果與江意蘭 (2006) 之 8 個頂點的實證性結果相同。
2. 若  $G = (V, E)$  為任意之 3 階正規非循環有向圖，則根據 IM 法與邊路徑法，進行減少交錯邊處理後，所得之圖的交錯總數相同。
3. 設  $G = (V, E)$  為任意之  $n$  階正規非循環有向圖，若  $G$  中任意有向邊利用邊路徑法所計算出的有向邊重要度均小於等於 1，則根據 IM 法與邊路徑法，進行減少交錯邊處理後，所得之圖的交錯總數相同。因此，若  $V$  中扣除最上層的頂點，其餘任意之頂點的內次數均小於等於 1 時，則根據 IM 法與邊路徑法，進行減少交錯邊處理後，所得之圖的交錯總數相同。
4. 若  $G = (V, E)$  為任意之 2 階正規非循環有向圖，且最底層任意之頂點的外次數小於等於 2 時，則根據 IM 法、邊路徑法與邊路徑位序法，進行減少交錯邊處理後，所得之圖的交錯總數均相同。
5. 利用 MATLAB 6.5 軟體之程式，發現 IM 法、邊路徑法與邊路徑位序法，在減少交錯邊處理上，各有處理得好與不佳的情形之實例。

(三) 關於減少交錯邊之方法，應用於建置可讀性高之「數與計算」教材地位圖方面：

1. 減少交錯邊之方法應用在數與計算教材分析上，邊路徑位序法的效果最佳，IM 法與邊路徑法的效果相同。
2. IM 法、邊路徑法與邊路徑位序法，三種方法在減少交錯邊之處理上，可以得到三個概念分群的效果。第一分群為數到 10、第幾個、數到 30、數到 100、數到 300，第二分群為概數與估算、一億以上的數，第三分群為剩下來的單元所組成。進一步分析第三分群，發現第三分群的核心為加一加、加法和減法、整數的乘法、乘法和除法、公因數和公倍數與分數的除法所構成。此結果與廖寶貴 (2006) 相似，均得到分群效果。

## 二、建議

- (一) 未來在正規非循環有向圖減少交錯邊的研究上，可以針對 IM 法的問題點，設計解決問題點的演算法，來提高 IM 法的適用性。
- (二) 未來的後續研究，可以擴展至非正規循環有向圖上，來探討減少交錯邊的問題，以增加研究的應用價值。
- (三) 本研究在探討階層圖減少交錯邊的問題時，僅比較三種方法之成效，對於該階層圖

實際的最少交錯數，並無法予以判斷，故建議後續研究，可以結合圖形理論中之覆蓋問題，探討階層圖實際的最少交錯數之問題，做為各種減少交錯邊演算法設計之參考。

## 參考文獻

### 一、中文部分

- 江意蘭 (2006)。不同重要度對 IM 圖形交點數判定及圖形類似度比較之研究。國立臺中教育大學數學教育學系碩士論文。
- 陳俊宏 (2006)。應用 GM 法於階層概念圖。國立臺中教育大學測驗統計研究所碩士論文。
- 陳俊宏、胡豐榮、許天維 (2004)。IM 法及其在教育上之應用。測驗統計簡訊，60，81-110。
- 楊維楨、郭乃文 (2001)。一種增進何氏圖可讀性的方法。淡江人文社會學刊，9，81-110。
- 廖寶貴 (2006)。探討階層結構圖最少交錯邊之問題與應用 -- 以國小一到六年級「數」概念之階層結構圖為例。國立臺中教育大學數學教育學系碩士論文。
- 劉湘川 (2004)。知識結構有向圖形類似度之改進指標。測驗統計年刊，12 輯，193-210。

### 二、日文部份

- 佐佐木整、竹谷誠 (1997)。學習者描畫の認知マップによる理解度評價法。電子情報通信學會論文誌，J80 (1)，336-347。
- 佐佐木整、竹谷誠 (1998)。マルチレベルグラフの圖解的描畫アルゴリズム Illustrative mapping 法。電子情報通信學會論文誌，J81-A(11)，1564-1574。

### 三、英文部份

- Forrester, J. W. (1961). *Industrial dynamics*. MA: MIT Press.
- Sugiyama, K., Tagawa, S. & Toda M. (1981). Methods for visual understanding of hierarchical system structures. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 18(2), 109-125.
- Takeya, M. (1999). *Structure analysis methods for instruction*. Tokyo: Takushoku university Press.
- Warfield, J. N. (1973). On arranging elements of a hierarchy in graphic form. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 3(2), 121-132.
- Warfield, J. N. (1974). Developing interconnection matrices in structural modeling. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 4(1), 81-87.



Warfield, J. N. (1977). Crossing theory and hierarchy mapping. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 7(7), 505-523.

**ARIMA 模式分析與預測**  
——以鴻海股票市場日收盤價與報酬率為例  
The Analysis and Forecast of ARIMA Model  
— Daily Close Price and Returns Rate of Foxconn Stock

葉淑媚\*  
Shu-Mei Ye

李佳樺\*  
Ghia-Ua Li

許天維\*\*  
Tian-Wei Sheu

(收件日期 96 年 9 月 28 日；接受日期 96 年 12 月 20 日)

**摘 要**

本研究目的在於了解鴻海股票日收盤價與的報酬率最佳模式預測的準確性。研究方法為利用延伸樣本自我相關函數 (extended sample autocorrelation function, 簡稱 ESACF) 提出原始模式，研究資料取自鴻海股票 1999 年 1 月 1 日至 2006 年 4 月 30 日，經由配適度及殘差檢定選取出最佳模式，最後進行模式的預測分析。研究結果發現報酬率的最佳模式 ARIMA(0,0,4)，而日收盤價最佳模式為 ARIMA(0,1,4)，兩模式所預測出來的值雖與實際值有些許差距，但皆落於 95% 的信賴區間之內。

**關鍵詞：**鴻海股票、樣本自我相關函數延伸、配適度、殘差檢定、ARIMA 模式

---

\* 國立臺中教育大學教育測驗統計研究所研究生

\*\* 國立臺中教育大學教育測驗統計研究所教授

### **Abstract**

The aim of this research is to probe the best ARIMA model for the daily close prices and return rates of the Foxconn stock, and to forecast the accuracy of prediction. We applied Extended Sample Autocorrelation Function to determine the parameters of ARIMA model. The data of this research came from the Foxconn stock price during January 1, 1999-April 30, 2006. We employed the goodness of fit and residual error test to select the best model. Finally, we performed the forecast and the analysis of ARIMA model. Our results showed that the best model for daily close prices is ARIMA (0, 1, 4). Moreover, we found that the best model for return rates is ARIMA (0, 0, 4). Although the forecast has a little difference between predicted values and the actual values for both models, all fall into 95% confidence interval.

**Key words:** Foxconn Stock Price, Extended Sample Autocorrelation Function, Goodness of Fit, Residual Error Eest, ARIMA Model

## 壹、緒論

### 一、研究動機

根據調查發現，長期投資股票中最穩健成長就屬鴻海。在 10 年前，鴻海股價 165 元，現在 281 元，每股價差 116 元，相當於一張鴻海資本利得就賺了 116,000 元，要是再加上鴻海每年平均配 2～3 元現金股利、股票股利 2～3 元，如果，投資者長期持有鴻海股票且不隨著股市漲跌而買進賣出，那麼 10 年後的總報酬率高達 867.68%，資產增值 9.68 倍，居所有上市櫃公司之冠，成長幅度相當驚人（林雅惠，2007）。

其中，鴻海也是外資持股比例最高的臺灣上市電子公司，根據臺灣證券交易所（TSEC）資料顯示，在今年所有上市電子股中，僅有 6 家的外資持股超過 20%；其中鴻海的外資持股比例是 31.42%（張殿文，2001）。

陳執中（2006）以應用迴歸分析、時間序列分析及類神經網路三種預測方法建構九組預測模式後，探討及比較各模式對於臺股加權指數之預測結果。研究期間為民國 88 年 1 月至民國 94 年 12 月之月資料，研究對象為臺股加權指數之開盤價、最高價、最低價、收盤價、成交量、三大法人買賣超、融資融券之券資比、週轉率、臺指期貨指數及所需的技術指標；以及國際股市如道瓊指數、那斯達克指數、日經 225 指數、香港恆生指數、南韓綜合指數；還有總體經濟面之匯率、利率、油價、貨幣供給、物價指數、失業率及景氣燈號判斷分數等資料。研究經實證結果顯示，在九組預測模式的比較中，以 ARIMA 模式的預測效果最好，三個誤差判別指標（MAE、MSE 及 RMSE）的數據皆小於其他模式，至於在三種預測方法的比較上，則以時間序列分析最佳，迴歸分析次之，類神經網路的效果最差。

因此本研究以時間序列之 ARIMA 模式，將公開市場上所能收集到的資料加以分析整理之後，以鴻海股票的日收盤價為研究對象做一預測，以便於讓投資者有更多的參考訊息，進而提高日後投資時機的準確性。

### 二、研究目的

根據上述研究動機，本研究旨在利用 ARIMA 模式，來分析與預測鴻海股票日收盤價與報酬率，進而預測鴻海股票的走勢。研究結果期能作為投資者未來進行相關投資之參考。爰此，本研究之目的如下：

- （一）根據 ARIMA 模式，探討鴻海股票日收盤價的最佳模式，以及預測的準確性。
- （二）根據 ARIMA 模式，探討鴻海股票報酬率的最佳模式，以及預測的準確性。

## 貳、文獻探討

### 一、ARIMA 模式

整合自我迴歸移動平均（auto regressive integrated moving average，簡稱 ARIMA）模

式，係由 Box & Jenkins 於 1976 年所提出的時間序列模式。一個 ARIMA 模式，乃由三個要素所組成，其一為自我迴歸 (auto regression, 簡稱 AR( $p$ )) 模式，其二為差分 difference, 其三為移動平均 (moving average, 簡稱 MA( $q$ )) 模式。茲參考相關文獻，將三個要素之內容，分述如下 (林茂文, 1992; 李志宏、邱至中, 2005):

### (一) 自我迴歸模式

若時間序列  $\{X_t\}$  可以表成下式，則稱此時間序列  $\{X_t\}$  為自我迴歸模式，記成 AR( $p$ ):

$$X_t = C + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + a_t,$$

或

$$\Phi_p(B)X_t = C + a_t,$$

其中， $C$  為常數， $p$  為階次 (order)， $a_t$  為干擾項 (shock)， $(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p)$  為自我迴歸參數 (parameters)， $B$  為後移運算子， $\Phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p$ 。當  $\phi(B) = 0$  的所有複數根都落在單位圓外時，AR( $p$ ) 稱為穩定型 (stationary) 自我迴歸模式。

### (二) 差分

當時間序列  $\{X_t\}$  為非穩定型時，則可以經由差分，使其成為平穩型。差分作法為：

$$\nabla X_t = X_t - X_{t-1} = (1 - B)X_t.$$

一般，將  $\nabla X_t$  稱為一階差分。因此， $\nabla^d X_t$  為  $d$  階差分。經一階差分即可成穩定型時，是屬於部份水準 (local level) 不平穩，通常是適合股票價格及其他財務變數的情況。而部份水準不平穩型中帶有斜率趨勢 (slope trend) 時，則要進行二階差分，使之平穩。因此，非定態性的時間序列，對其採取連續差分後，終可化為定態性的序列。

### (三) 移動平均模式

若時間序列  $\{X_t\}$  可以表成下式，則稱此時間序列  $\{X_t\}$  為移動平均模式，記成 MA( $q$ ):

$$X_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \cdots - \theta_q a_{t-q},$$

其中， $\mu$  為常數， $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q)$  為移動平均參數， $a_t \sim WN(0, \sigma_a^2)$ ， $\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q$ 。

若將要素 (一) 與要素 (三) 結合起來時，可得自我迴歸移動平均 (auto regression moving average model, 簡稱 ARMA) 模式，因此，ARMA 模式可表成下式，並記成 ARMA( $p, q$ ):

$$X_t = c + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q},$$

或

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p)X_t = c + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q)a_t,$$

$$\Rightarrow \phi_p(B)X_t = c + \theta_q(B)a_t,$$

其中， $c$  為常數， $a_t \sim WN(0, \sigma_a^2)$  (林茂文，1992)。

為了凸顯 ARIMA 是由三個要素組成，本研究將非穩定型的 ARMA( $p, q$ ) 經  $d$  階差分後成穩定型的 ARMA( $p, q$ ) 模式記成 ARIMA( $p, d, q$ )。所以，ARIMA( $p, d, q$ ) 模式可表成下式：

$$\phi_p(B)(1-B)^d(X_t - \mu) = c + \theta_q(B)a_t,$$

其中， $\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$  且  $\phi_p(B) = 0$  的根必須落在單位圓外和  $\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$  且  $\theta_q(B) = 0$  的根必須落在單位圓外， $\mu$  為位置參數 (location parameter)， $c$  為常數 (constant)， $a_t \sim WN(0, \sigma_a^2)$ 。當  $q=0$  時，即  $W_t = X_t - \mu$  僅為 AR( $p$ )，則  $X_t$  稱為 ( $p, q$ ) 階的整合自我迴歸過程，簡稱 ARI( $p, q$ ) 或 ARIMA( $p, d, 0$ )。當  $p=0$  時，即  $W_t = X_t - \mu$  僅為 MA( $q$ )，則  $X_t$  稱為 ( $d, q$ ) 階的整合移動平均 (integrated moving average)，簡稱 IMA( $d, q$ ) 或 ARIMA( $0, d, q$ )。

## 二、ARIMA 模式的建構

假設樣本資料服從 ARIMA( $p, d, q$ ) 模式，則接下來的重要工作，就是先決定  $p, q$ ，然後再決定  $d$ ，此程序稱為辨認模式，辨認模式後必須進行參數估計，當發現有兩個或兩個以上的 ARIMA( $p, d, q$ ) 模式都可以詮釋樣本資料時，必須進行診斷模式分析，來確認模式的配適度與預測力 (許純君，1999)。ARIMA 模式的建構程序如下：

### (一) 辨認模式

辨認模式有下列步驟：

1. 觀察序列走勢圖找出其趨勢等特徵。
2. 以自我相關函數 (autocorrelation function, 簡稱 ACF) 來判斷是否為平穩過程。若自我相關函數不容易很快消失時，顯示該數列為一非平穩型序列，故首先需對序列取差分，直到序列之自我相關函數很快消失為止，即表示經差分後已轉換為平穩型序列了，此時所代表之  $d$  值，即表示序列所需取差分之次數。當序列確定為平穩過程後，接著檢測其是否有自我相關及殘差項移動平均的影響，由自我相關函數可決定是否受殘差項移動平均的影響，係數  $q$  則是決定殘差項移動平均的落差期數，由偏自我相關函數 (partial autocorrelation function, 簡稱 PACF) 可決定是否受自我相關的影響，係數  $p$  則是決定自我相關的落差期數。
3. 判定  $p$  及  $q$  的階數。
  - (1) 當一序列為平穩型或差分後為平穩型，則可利用自我相關函數及偏自我相關函數作為判定  $p$  及  $q$  階數的工具，其判斷之標準如下表 1 所示：

表 1 AR 和 MA 中  $p$  與  $q$  值的判定

model	ACF	PACF
AR( $p$ )	漸漸消失	落差 $p$ 期後切斷
MA( $q$ )	落差 $q$ 期後切斷	漸漸消失

(2) 延伸樣本自我相關函數

Tsay & Tiao(1984) 提出了針對穩定及非穩定 ARMA( $p, q$ ) 序列的選取模式方法，利用遞迴迴歸 (iterated auto regression) 找出混合 ARMA( $p, q$ ) 中 AR 部分參數的一致估計式，並定義延伸樣本自我相關函數 (extended sample autocorrelation function，簡稱 ESACF) 為  $\hat{\rho}_j^{(m)}$  找出模式中的階數  $p$  和  $q$ 。其定義如下 (蔡屹彥，2003)：

$$Y_t^{(j)} = X_t - \sum_{i=1}^m \hat{\phi}_i^{(j)} X_{t-i},$$

其中， $\{X_t\}$  表示一 ARMA( $p, q$ ) 序列， $\hat{\phi}_i^{(j)}$  表示 AR( $m$ ) 在第  $j$  次遞迴迴歸下，期差  $i$  期的迴歸係數估計值。而  $\hat{\rho}_j^{(m)}$  被定義為  $\{Y_t^{(j)}\}$  的樣本自我相關函數。

在真實階次為  $p$  和  $q$  的情況下，當  $j = q, q+1, \dots$ ， $\{Y_t^{(j)}\}$  會是一個 MA( $q$ ) 的模式，同時 Tsay & Tiao (1984) 也證明了  $\hat{\rho}_j^{(m)}$  會滿足下列性質：

$$\begin{aligned} \text{在 } p \text{ 已知情況下：} & \begin{cases} \rho_{q(p)} \neq 0, \\ \rho_{j(p)} \xrightarrow{p} 0, & j = q+1, q+2, \dots, \end{cases} \\ \text{在 } p \text{ 未知情況下：} & \begin{cases} \rho_{j(m)} \xrightarrow{p} 0, & 0 \leq m-p < j-q, \\ \rho_{j(m)} \xrightarrow{p} c(m-p, j-q), & 0 \leq j-q \leq m-p. \end{cases} \end{aligned}$$

而延伸樣本自我相關函數所產生的表格，是將所求得的  $\hat{\rho}_j^{(m)}$  放入表格中的  $(m+1, j)$  的位置，其中  $k = 0, 1, 2, \dots$ ， $j = 1, 2, \dots$ 。應用方法為利用交會點的位置選擇模式 ARMA( $p, q$ )，且表格具下列特性：

表 2 延伸樣本自我相關函數表格

$m \backslash j$	.....	$q$	$q+1$	$q+2$	$q+3$	.....
.		.	.	.	.	
.		.	.	.	.	
$p-1$	.....	$x$	$x$	$x$	$x$	.....
$p$	.....	$x$	0	0	0	.....
$p+1$	.....	$x$	$x$	0	0	.....
$p+2$	.....	$x$	$x$	$x$	0	.....
.		.	.	.	.	

爲了使用延伸樣本自我相關函數特徵作 ARMA( $p, q$ ) 模式的選擇，需要用到  $\{\hat{\rho}_j^{(m)}\}$  的漸進分配。爲了求得延伸樣本自我相關函數表格中，共  $(m \times j)$  個元素，必須使用遞迴迴歸求得迴歸係數、殘差以及樣本自我相關係數，並要將殘差引進模式中來反覆求得 AR 的參數估計，因此，和其他的圖形特徵辨識法相比，延伸樣本自我相關函數法的運算是較爲大量且複雜的。其應用方法有二：(1) ARMA( $p, q$ ) 模式之漸近延伸樣本自我相關函數表，含 0 之三角區域頂點位置，應落在  $(p, q)$  點。(2) 表格中 0 表示落在二個標準差內， $x$  表示落在二倍標準差外。

#### 4. 白色雜訊

白色雜訊 (white noise) 是指在時間序列模式當中，殘差項必須服從平均數爲 0，變異數爲  $\sigma_a^2$  的常態分配，且具獨立性 (independently and identically distributed, 簡稱 iid) 及統計無關的假設。其檢定假設爲， $H_0$ : 殘差服從白色雜訊， $H_1$ : 殘差不服從白色雜訊。若檢定的結果爲否，則表示此模式不合適必須刪除；若檢定的結果爲是，則表示此模式的殘差項爲白色雜訊的隨機過程。

#### 5. 擴增迪奇福爾檢定

單根檢定乃檢定時間序列資料是否平穩及整合級數 (integrated order)；所謂整合級數乃是指時間序列資料只要經過若干次差分即可轉換成平穩型時間序列模式。因此，本研究採用擴增迪奇福爾檢定 (augmented dickey-fuller, 簡稱 ADF)。

迪奇福爾是由 Fuller (1976)、Dickey & Fuller (1979, 1981) 所提出的單根檢定法，其自我迴歸模式進而整理出一組檢定統計量，稱爲迪奇福爾統計量，以最小平方法 (ordinary least squares, 簡稱 OLS) 針對下列三種序列模式：標準模式、漂浮項模式、漂浮項與趨勢模式做迴歸：其模式如下：

$$\begin{aligned}\nabla X_t &= \phi_1 X_{t-1} + a_t, \\ \nabla X_t &= \alpha + \phi_1 X_{t-1} + a_t, \\ \nabla X_t &= \alpha + \phi_1 X_{t-1} + \beta t + a_t,\end{aligned}$$

其中， $\alpha$  爲漂浮項 (drift)， $t$  爲時間趨勢項 (trend)， $\phi_1$  爲自我迴歸係數， $a_t$  爲白色雜訊過程 (white noise process)， $a_t \stackrel{iid}{\sim} (0, \sigma_a^2)$ 。當有單根存在時， $t$  統計量不再屬於  $t$  分配， $F$  統計量不再屬於  $F$  分配，傳統的  $t$  檢定和  $F$  檢定將不適用，而要查迪奇福爾檢定表，當統計量的值大於臨界值時，表示不顯著，即存在單根。 $|\phi_1| < 1$  代表變數傾向在其平均值上下變動。 $|\phi_1| = 1$  代表變數在時間程中存在隨機漫步現象，並會遠離平均值。 $|\phi_1| > 1$  代表變數的走勢將會發散。若序列爲 AR(1) 情況下則適用迪奇福爾檢定，但序列爲較高階的 AR( $p$ ) 時，則建議採用擴增迪奇福爾檢定檢定 (蔡宗憲，2005)

在迪奇福爾檢定模式中，係假設殘差項爲一白色雜訊，無序列相關且無異質性，但實證結果發現殘差項常有顯著自我相關的現象，使得  $a_t \stackrel{iid}{\sim} (0, \sigma_a^2)$  的特性喪失。因此 Said & Dickey(1984) 提出迪奇福爾迴歸式加入遞延 (lag) 變數，允許干擾爲一 ARAM 過程，提出擴增迪奇福爾檢定檢定，亦即加入  $p$  個落後期的差分項來消除殘差序列相關，使殘差項爲



白色雜訊，而仍符合檢定統計量表，此擴增迪奇福爾檢定法以最小平方法估計下列各式：

$$\nabla X_t = \phi_1 X_{t-1} + \sum_{j=2}^p \beta_j \nabla X_{t-j+1} + a_t,$$

$$\nabla X_t = \alpha + \phi_1 X_{t-1} + \sum_{j=2}^p \beta_j \nabla X_{t-j+1} + a_t,$$

$$\nabla X_t = \alpha + \phi_1 X_{t-1} + \alpha_2 t + \sum_{j=2}^p \beta_j \nabla X_{t-j+1} + a_t.$$

其假設形式為， $H_0 : \phi_1 = 0$ ，存在單根， $H_1 : \phi_1 < 0$ ，不存在單根。若拒絕虛無假設，表示此序列不具單根，為一平穩型時間序列；若不拒絕虛無假設，則序列具有單根，為一非平穩型時間序列。

## (二) 參數估計

使用假設檢定  $H_0 : \phi = 0$ ， $H_1 : \phi \neq 0$ ，其中， $\phi$  為參數。刪除所有不顯著的參數之後，再執行一次程式直到模式中所有參數皆為顯著為止。要特別注意的是，常數項參數  $\mu$  即使不顯著也不可予以刪除，除非有找到相關的文獻證明將不顯著的  $\mu$  刪除並不會影響模式跑出的結果，但是，當  $\mu$  值小到不會影響模式本身時，如果檢定出來的結果是不顯著的，將予以刪除。

## (三) 診斷模式

直覺上  $p$  和  $q$  的階數愈高，模式的配適會愈好。但是必須注意到過度配適 (overfitting) 的危險。若對模式為  $Y_t = a + b + \varepsilon_t$  所產生之十筆資料配以一階次為 9 之多項式，則此多項式配適情形非常好，但利用此多項式去預測未來值可能產生極大誤差或方向完全相反之結果。因此在模式精簡的觀念下，應用以下的判斷準則。

假設建構兩個具有相同數目參數之模式，則會選取具“最佳”配適效果的那個模式。例如在迴歸模式建構過程中，多增加一變項可降低殘差值的和，卻也增加了將來預測的複雜性。同樣地。在時間序列模式建構過程，模式的複雜度增加，也許可減低對資料的變異性，卻也增加了偏差性。因此，在模式精簡的觀念下，本研究根據吳柏林（1995）整理之內容，應用以下的判斷準則：

### 1. 配適度分析

#### (1) 赤池弘次情報準則：

日本統計學家赤池弘次 (Akaike) 爲了估計模式的品質並避免模式參數過度配適情形，於 1974 年提出一種衡量準則，稱爲赤池弘次情報準則 (Akaike's information criterion，簡稱 AIC 準則)，此函數同時考慮該模式的配適程度以及模式參數個數。其定義如下：

$$AIC(M) = -2 \ln L(\hat{\beta}) + 2M,$$

其中， $M$  爲模式參數  $\beta$  之個數， $L$  爲  $\beta$  的概似函數 (likelihood function)， $\hat{\beta}$  爲  $\beta$  的最大概似估計量 (maximum likelihood estimator，簡稱 MLE)。其最佳模式的選取標準爲選擇

出的  $M$ ，使得  $AIC(M)$  為最小。

(2) 貝氏情報準則：

柴田 (Shibata) 於 1976 年證明赤池弘次情報準則有過於估計自我迴歸參數的傾向，於是向赤池弘次提出了赤池弘次情報準則方法的貝氏推廣，即為貝氏情報準則 (Bayesian information criterion，簡稱 BIC 準則)。其定義如下：

$$BIC(M) = n \ln \hat{\sigma}_a^2 - (n - M) \ln \left(1 - \frac{M}{n}\right) + M \ln n + M \ln \left[ \frac{\left(\frac{\hat{\sigma}_x^2}{\hat{\sigma}_a^2} - 1\right)}{M} \right],$$

其中， $\hat{\sigma}_a^2$  為  $\sigma_a^2$  之最大概似估計量， $n$  為觀測值的個數， $M$  為參數的個數， $\hat{\sigma}_x^2$  為樣本標準差。其最佳模式的選取為選擇出的  $M$ ，使得  $BIC(M)$  為最小。

(3) 史瓦茲貝氏準則：

史瓦茲 (Schwartz) 於 1978 年提出此準則，根據貝氏情報準則所建立的模式選取法則，稱為史瓦茲貝氏準則 (Schwartz's Bayesian criterion，簡稱 SBC 準則)。其定義如下：

$$SBC(\gamma) = n \ln \hat{\sigma}_a^2 + \gamma \ln n,$$

其中， $\hat{\sigma}_a^2$  為  $\sigma_a^2$  的最大概似估計量。最佳選取階次為  $\gamma$ ，使得  $SBC(\gamma)$  最小。

## 2. 預測效益評估

預測結果的好壞，不能只看當期實際值  $X_t$  與預測值  $\hat{X}_t$  之距離，長期誤差之比較，與實際值的離差或與實際值的誤差平方和…等都應考慮。在這裡使用的預測力評估標準為平均絕對百分誤差 (mean absolute percent error，簡稱 MAPE)，其公式如下所示：

$$MAPE = \frac{100}{l} \sum_{t=1}^l \left| \frac{a_{n+t}}{X_{n+t}} \right| \%,$$

其中  $a_t = X_t - \hat{X}_t$ ， $n$  代表當期時間， $l$  代表往前預測期數。挑選原則：從平均絕對百分誤差的平均值中，選取最小值。

## (四) 預測

經過辨認模式、參數估計、診斷模式等三個步驟並決定最佳模式後，用此模式進行預測。

## 三、相關實證性研究

與本研究密切相關的文獻有三篇，茲分析如下：

### (一) 我國全民健康保險藥品費用預測模式之探討

陳仁惠 (2003) 嘗試採取 ARIMA 為分析及預測模式，對於國內各項健保藥品費用進行預測分析，並探討各項藥品費用之未來變化趨勢。實證結果顯示過去藥品費用控制措施僅具有短期效應，醫療院所可能會因應控管方案的調整而改變診療模式或內部管理機制來獲取更大藥品利益，使得健保管理當局即使持續推動不同供給面藥品費用監督控管措施或是

需求面抑制非必要性消耗藥品的部分負擔方案，都可能僅具短期政策效果，因此，未來健保擬定藥品費用監控措施應朝專業品質監控或藥品療效監控多做努力，以期降低無法有效監督醫療院所而可能產生道德風險問題。

此研究設定模式為週期 12 個月之一階差分結果，並經由模式認定後判斷以 ARIMA( $p, 1, 0$ ) 模式之配適效果較佳。其各種藥品最適模式分別為：總藥品費用以採取 ARIMA(2,1,0) 為最適模式，住診藥品費用以採取 ARIMA(1,1,0) 為最適模式，門診藥品費用以採取 ARIMA(2,1,0) 為最適模式，西醫門診藥品費用已採取 ARIMA(2,1,0) 為最適模式，牙醫門診藥品費用以採取 ARIMA(1,1,0) 為最適模式，中醫門診藥品費用以採取 ARIMA(3,1,0) 為最適模式。另外，模式診斷結果顯示各項藥品費用 ARIMA 模式之誤差項皆服從白色雜訊，而且模式中所有變項皆顯著，因此顯示各個 ARIMA 模式的配適結果是適當的。而在不同模式預測分析結果中，各項藥品費用的 MAPE 皆小於 7%，未超過模式預測誤差可容忍範圍，因此顯示出此研究所選定的各項藥品費用 ARIMA 模式配適相當精確。

## (二) 股票投資規劃與分析 — 以上市銀行股票為例

曹銳勤 (2004) 以國內 30 家上市銀行為研究對象，在不考慮其他經濟因素的影響下，利用集群分析法、時間序列 ARIMA 模式對所規劃集群的銀行股價作預測分析，以決定投資標的。實證結果發現，ARIMA 模式所得的誤差值皆比用雙重指數平滑所得的誤差值小，對於股價預測的準確性相對較高，有利於研究者對其股價趨勢的分析。

此外，此研究成功的將集群發展趨勢利用 ARIMA 模式進行估計，根據最小誤差之概念而求得 ARIMA(3,1,0) 的預測結果為最佳。因此 ARIMA 模式對於預測股價未來走勢，具良好之預測績效以準確預測股價未來的走勢，讓研究者能藉此去分析各上市銀行股價未來的發展性。

## (三) 臺股加權指數隔月收盤價預測之研究

陳執中 (2006) 以迴歸分析、時間序列及類神經網路來建構臺股加權指數隔月之收盤價的預測模式，並以臺股加權指數有影響之四大類參數 (總體經濟、國際股市、技術指標及臺股資訊) 作為預測變數。實證發現，時間序列分析的預測比另兩種方法來的好，其次為迴歸分析，但其逐步迴歸模式預測能力不佳，至於類神經網路方面較前兩者差且預測誤差也偏高。其研究結果和 Wood & Dasgupta (1996) 相同，其預測方法的比較皆以 ARIMA 為佳。

其模式可能配適情形為 ARIMA(0,1,2)、ARIMA(2,1,1) 及 ARIMA(2,1,0)，並計算各模式所得之赤池弘次情報準則及貝氏情報準則值，整理比較之後決定採用三個模式中赤池弘次情報準則、史瓦茲貝氏準則值最小者之 ARIMA(0,1,2) 為實證研究模式。故此研究採用 ARIMA(0,1,2) 模式進行預測。

## 參、研究方法與步驟

### 一、研究資料

- (一) 研究資料是取自臺灣證券交易所 (TSEC) 提供的鴻海股票 1999 年 1 月 1 日至 2006 年 4 月 30 日的日收盤價。
- (二) 選取的資料以每個星期五的日收盤價為主，若遇到春節休市但非星期五之後，則選取放假前一天的日收盤價作為休市前那個禮拜的日收盤價，共 362 筆。
- (三) 報酬率的資料是以收集而來的日收盤價經由公式轉換而來，共 361 筆。其公式如下：

$$c = \log \frac{a}{b} \times 100\% ,$$

其中， $a$  為當期日收盤價， $b$  為前期日收盤價， $c$  代表報酬率。

- (四) 本研究以統計套裝軟體 SAS (8.0 版) 撰寫程式。

### 二、模式分析

本研究採用樣本自我相關函數延伸法，找出鴻海股票日收盤價及報酬率的模式鑑定，從參數分析得到精簡模式，再以配適度準則及比較力平均絕對百分比誤差，選出最佳模式，最後進行最佳模式預測。研究步驟如下：

- (一) 先由走勢圖判斷原始序列是否為一平穩型時間序列，接著由自我相關函數圖及偏自我相關函數圖來判斷此序列是否為一平穩型時間序列，而後總結上面的結果。
- (二) 檢查序列是否服從白色雜訊。
- (三) 做單根檢定。
- (四) 利用延伸樣本自我相關函數提出原始模式。
- (五) 檢定參數是否顯著。
- (六) 檢定殘差是否服從白色雜訊。
- (七) 利用 (1) 配適度及殘差檢定挑選出最適模式 (2) 使用預測力挑選模式。
- (八) 選出最佳模式。
- (九) 進行預測。
- (十) 結論。

### 三、模式預測分析

根據最佳模式進行原始資料預測，並分析預測結果與原始序列是否相差甚遠及探討原因所在。再分析 12 筆預測值與實際值之間的差距是否落入 95% 信賴區間，如果是，則此模式預測結果不錯，並找出造成極端離群值的因素。

## 肆、結果與討論

### 一、日收盤價模式分析

#### (一) 模式分析

將蒐集而來的資料以走勢圖呈現，從中了解原始序列是否為一平穩型時間序列。如下圖所示：

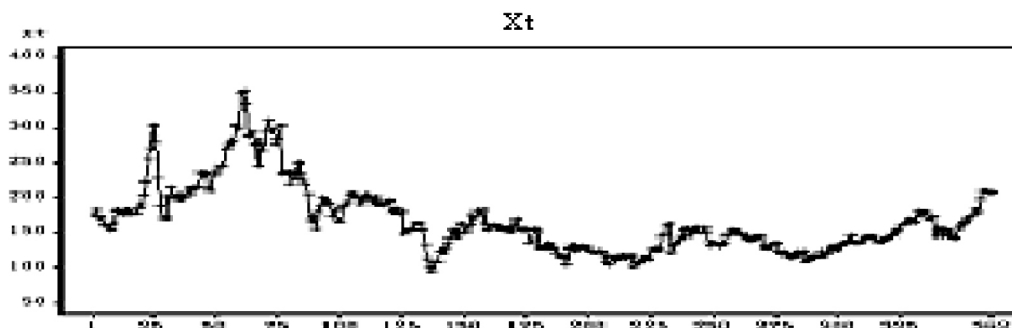


圖 1 日收盤價走勢圖

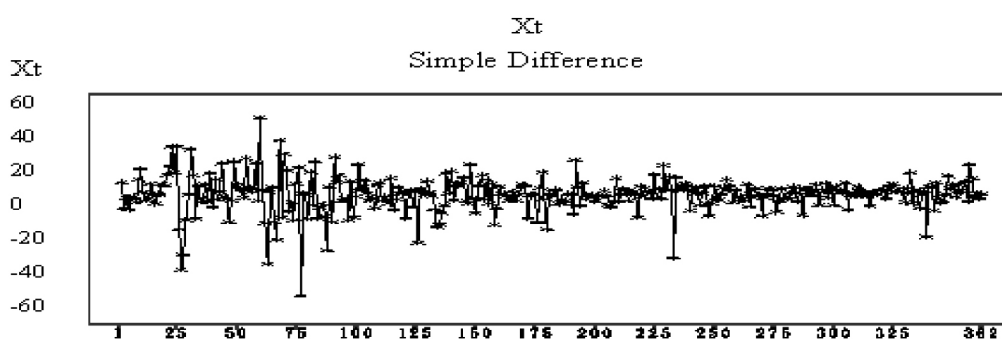


圖 2 日收盤價一次差分後的走勢圖

由圖 1 可看出，此序列的前半部分有較大的起伏，而愈後面愈趨於平穩，為一部份水平不平穩型的時間序列，只需作一次差分即可得到平穩型時間序列。圖 2 是經過一次差分後的日收盤價走勢圖，很明顯的，此序列已為穩定型時間序列。但是，僅從圖中判斷是否為平穩型時間序列太過於主觀，因此必須借助較客觀的白色雜訊檢定，以確定差分後的序列為穩定型時間序列。

服從白色雜訊一次差分後的原始序列，由樣本自我相關函數延伸挑選出來的模式，分別是 ARIMA(1,1,3)、ARIMA(0,1,4)、ARIMA(3,1,4) 及 ARIMA(4,1,4)，但是 ARIMA(1,1,3) 及 ARIMA(3,1,4) 的殘差不服從白色雜訊，予以刪除。參數分析的結果如下所示：

$$\text{ARIMA}(0,1,4) : X_t = a_t - 0.12779a_{t-4},$$

ARIMA(4,1,4) :

$$X_t = 0.022674 + 1.27109X_{t-1} + 0.28826X_{t-2} + (-0.33778)X_{t-3} + (-1.5718)X_{t-4} + 0.93561X_{t-5} + a_t - 0.30782a_{t-1} - 0.56518a_{t-2} - 0.21614a_{t-3} - (-0.87706)a_{t-4},$$

接下來，對一選取出來的模式做適合度檢定，若此配適模式合適，則其殘差值

$a_t = X_t - \hat{X}_t$ ,  $t = 1, 2, \dots, n$ ; 應符合模式建構之若干假設, 如: 1. 統計無關 ( $a_t \sim WN(0, \sigma_a^2)$ ); 2. 獨立性 ( $X_t \sim (0, \sigma_a^2)$ ); 3. 常態性 ( $X_t \sim N(0, \sigma_a^2)$ ) (吳柏林, 1995)。因此只要對殘差做白色雜訊分析, 即可知道模式是否滿足上述三種假設, 其虛無對立假設為,  $H_0$ : 殘差服從白色雜訊,  $H_1$ : 殘差不服從白色雜訊。

表 3 日收盤價一次差分後的配適度及殘差的挑選準則

Model	AIC	SBC	BIC	殘差
ARIMA(0,1,4) with $q=(4)$	2789.596	2797.374*	4.922319*	白色雜訊
ARIMA(4,1,4) with $p=4$ $q=4$	2786.479*	2821.478	4.975407	白色雜訊

\* 代表模式中的最小值

表 4 日收盤價一次差分後的預測力平均絕對百分誤差

The MEANS Procedure						
Model	Variable	N	Mean(%)	Std Dev	Minimum	Maximum
ARIMA(1,1,3)	ape	10	4,6452692	3,5528291	0,1660166	13,5237517
ARIMA(0,1,4)	ape	10	4,5719270	3,4295230	0,4883075	13,1515683
ARIMA(3,1,4)	ape	10	4,1338713	3,4583186	0,0711083	9,2682855
ARIMA(4,1,4)	ape	10	4,6822570	3,6769184	1,4755189	14,0067943

由表 3 選出的模式以符合最多選取原則的 ARIMA(0,1,4) 為主。雖然 ARIMA(3,1,4) 的預測力平均絕對百分誤差的值為最小, 但不服從白色雜訊, 因此改以次小的平均絕對百分誤差值 ARIMA(0,1,4) 作為最佳模式。所以經過一次差分後的日收盤價最佳模式為 ARIMA(0,1,4):  $X_t = a_t - 0.12779 a_{t-4}$ 。

## (二) 模式預測分析

其日收盤價經過最佳模式的預測分析, 如下圖所示:

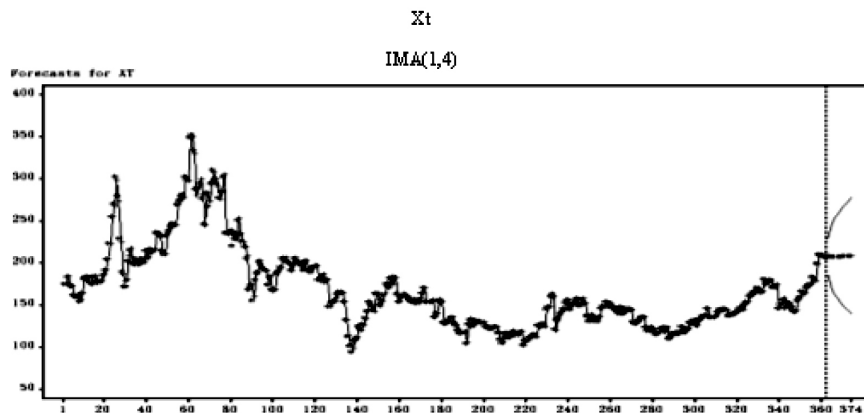


圖 3 模式預測分析

日收盤價是指當日各種股票最後一筆成交的價格。圖 3 是根據最佳模式  $X_t = a_t - 0.212779a_{t-4}$  進行預測的結果。前 100 筆資料的起伏較大，是外界因素 1999 年 7 月兩國論（下跌）、2000 年 2 月正式跨入網際網路（上漲）所引起，但影響最深的是 921 大地震更是讓鴻海股票下滑至 95；從 200 筆之後的日收盤價就趨近平緩，經由此份報告分析，可發現 2006 年 4 月 28 日之後 12 期的起伏程度沒有很大，只是實際日收盤價在第 7 期小幅下滑因為 2006 年 3 月媒體報導外資釋出較上季衰退消息（下跌）和預測第 11 期小幅上漲因為 2006 年 4 月外資大買，其轉投資富士康（上漲），其預測值皆落在 95% 信賴區間內，已算具備有相當準確信的結果。

## 二、報酬率模式分析

### （一）模式分析

將蒐集而來的資料以走勢圖呈現，從中了解原始序列是否為一平穩型時間序列。如下圖所示：

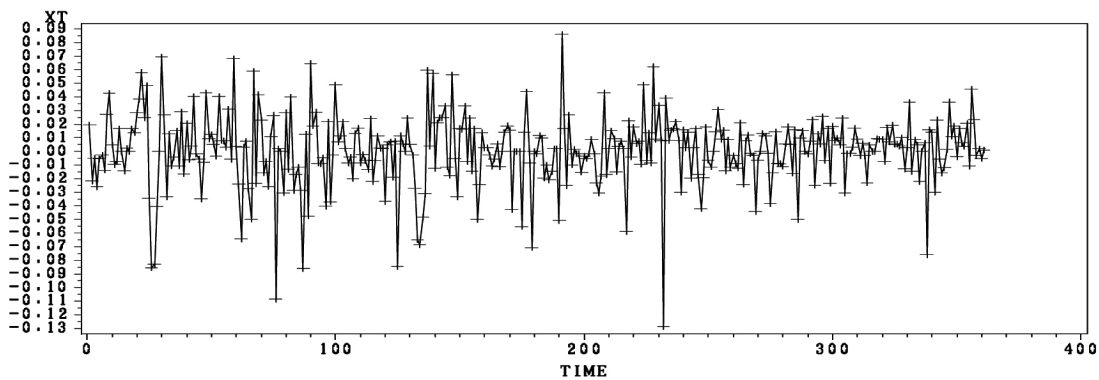


圖 4 報酬率走勢圖

從圖 4 可看出其值皆沿著平均數 0.000204 水平震動，無向上升或向下降的趨勢，而且白色雜訊檢定及單根檢定也皆顯示平穩，因此可以確定此序列為一平穩型時間序列。

本序列經由樣本自我相關函數延伸所提出的原始模式分別為 ARIMA(1,0,1)、ARIMA(0,0,4)、ARIMA(6,0,5)、ARIMA(7,0,5)，但是只有 ARIMA(1,0,1) 的殘差不服從白色雜訊，因此必需刪除。針對上述三個模式做參數分析所得到的新模式，結果如下，

ARIMA(0,0,4)，其中  $q = (4)$ ： $X_t = a_t - 0.11435a_{t-4}$ ，

ARIMA(6,0,5)，其中  $p = (2\ 4)$   $q = (2\ 4)$ ：

$$X_t = 0.53938X_{t-2} + (-0.66024)X_{t-4} + a_t - 0.52634a_{t-2} - (-0.53536)a_{t-4}，$$

ARIMA(7,0,5)，其中  $p = 7$   $q = 5$ ：

$$\begin{aligned} X_t = & -5.27E-6 + 0.92727X_{t-1} + 1.02857X_{t-1} + (-0.8236)X_{t-3} + (-1.7196)X_{t-4} + 0.89233X_{t-5} \\ & + 0.12790X_{t-6} + (-0.09363)X_{t-7} \\ & + a_t - 0.93023a_{t-1} - 1.02530a_{t-2} - (-0.77518)a_{t-3} - (-1.01298)a_{t-4} - 0.83262a_{t-5} \end{aligned}$$

以下是赤池弘次情報準則、史瓦茲貝氏準則、貝氏情報準則、殘差分析及預測力平均絕對百分誤差的分析及結果。

表 5 配適度及殘差選取準則

Model	AIC	SBC	BIC	殘差
ARIMA(0,0,4) with $q = (4)$	-1596.82*	-1592.93*	-7.21938*	白色雜訊
ARIMA(6,0,5) with $p=(2\ 4)\ q=(2\ 4)$	-1593.92	-1574.48	-7.12973	白色雜訊
ARIMA(7,0,5) with $p=7\ q=5$	-1591.64	-1541.09	-7.11386	白色雜訊

\* 代表模式中的最小值

根據表 5 所得到的報酬率最適模式為 ARIMA(0,0,4)，其中  $q = (4)$ ：

$$X_t = a_t - 0.11435a_{t-4}。$$

表 6 比較鴻海報酬率預測力平均絕對百分誤差

The MEANS Procedure						
Model	Variable	N	Mean(%)	Std Dev	Minimum	Maximum
ARIMA(1,0,1)	ape	10	98,6081021	2,8158782	93,3022553	101,4369369
ARIMA(0,0,4)	ape	10	100,5851940	2,4665946	97,7283128	104,9632106
ARIMA(6,0,5)	ape	10	115,3755813	63,7762030	16,8189430	253,7542465
ARIMA(7,0,5)	ape	10	126,4231830	73,3277954	40,7636904	308,5477351

由表 6 可知，最小的平均絕對百分誤差的平均值為 ARIMA(1,0,1)，但殘差不服從白色雜訊，因此改以次小的 ARIMA(0,0,4) 做為最佳預測力模式。

經由配適度、殘差檢定及預測力的比較所得到的最佳模式為 ARIMA(0,0,4)，即  $q=4$ ， $X_t = a_t - 0.11435a_{t-4}$ 。

## (二) 模式預測分析

報酬率透過最佳模式進行預測，如下圖所示：

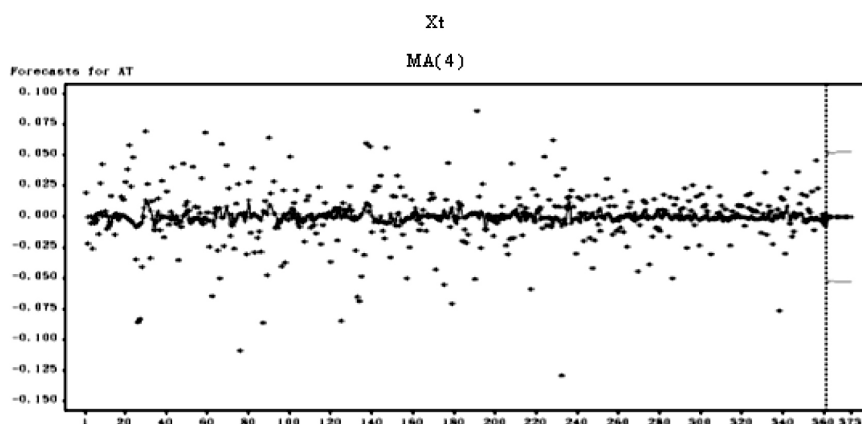


圖 5 鴻海報酬率預測圖



報酬率為投資收益率。圖 5 與表 8 是由最佳模式  $X_t = a_t - 0.11435a_{t-4}$  預測出來的結果，從中可看出原始資料明顯的集中於正負 0.025 間，雖有少許離群值，但在一般正常情況下仍屬正常，是因為外在環境因素影響著日收盤價的發展進而影響到報酬率，像公司內部營運及股東運作、金融風暴及市場影響力之類的，都和投資報酬率有密切的關係。經由此次分析結果，預測 2006 年 2 月 10 日之後的 12 筆資料，雖然其預測值與實際報酬率有些許差距但皆在 95% 信賴區間內，乃屬於良好的預測結果。

表 7 鴻海股票資料統計量

	日收盤價	報酬率
樣本數	362	361
平均數	169.1022	0.000204
標準差	48.08129	0.026618
極大值	353	0.086021
極小值	95	-0.12848

表 8 最佳模式 ARIMA(0,1,4)，ARIMA(0,0,4) 之預測

最佳模式 編號	ARIMA(0,1,4)		ARIMA(0,0,4)	
	預測值	原始值	預測值	原始值
1	208.6629	208	0.0003	-0.00518877
2	208.6989	208.5	0.0001	0.001042724
3	208.7929	202.5	0.0002	-0.01268103
4	208.6517	205	-0.0002	0.005328834
5	208.7452	199.5	0.0002	-0.01181096
6	208.8387	187	0.0002	0.00433215
7	208.9321	201.5	0.0002	-0.03243344
8	209.0256	201	0.0002	0.031354451
9	209.1191	208.5	0.0002	0.015910002
10	209.2126	213	0.0002	0.009273544
11	209.3061	226	0.0002	0.025728836
12	209.3995	216.5	0.0002	-0.01865054

## 伍、結論與建議

本研究主要以鴻海股票市場資料經由分析獲得以下結論及建議：

### 一、結論

本研究是以鴻海股票日收盤價為例，應用時間序列分析，建構最佳 ARIMA 預測模式。其結果如下：

### (一) 日收盤價的預測分析結果

將不平穩的日收盤價原始序列經過一次差分後，使之平穩。接著利用平穩型時間序列法，找出最佳預測模式。先經由延伸樣本自我相關函數挑選出原始模式，並從中選出殘差服從白色雜訊的模式，此為 ARIMA(0,1,4) 及 ARIMA(4,1,4)。為了使模式符合時間序列的精簡原則，需做下列三個步驟：一、將模式中不顯著的參數予以刪除。二、作配適度比較，由赤池弘次情報準則、貝氏情報準則及史瓦茲貝氏情報準則挑選最佳模式。三、比較預測力平均絕對百分誤差。因此，日收盤價的最佳模式為 ARIMA(0,1,4)。

### (二) 報酬率的預測分析結果

報酬率的原始資料是將日收盤價透過轉換公式而得，為一平穩型時間序列，在所有延伸樣本自我相關函數挑選出來的原始模式中，只有 ARIMA(7,0,5) 的殘差不為穩定過程而無法預測，必須將之刪除。而後經由上述挑選最佳模式的三個步驟，所得報酬率最佳模式為 ARIMA(0,0,4)。

## 二、建議

本研究係採用 ARIMA 模式，假設其變異數不隨時間而改變的平穩型時間序列，其預測效果良好，也對時間序列分析法提供了一個個案分析的實證研究。由於多數的財務資料可能存在著殘差項變異數隨時間而改變的現象稱之為異質性，而在變動之間似乎存在著某種關係的波動群聚現象。因此，建議可採一般化自我迴歸條件異質變異模式 (generalized autoregressive conditional heteroskedastic, 簡稱 GARCH)，做為往後研究的推廣 (商振綱, 2006)。而後續研究，可針對特定時間效應，例如：春節效應、元月效應等，分析是否會出現明顯上漲或下跌，並進一步推論出合適的投資組合。

## 參考文獻

### 一、中文部分

- 吳柏林 (1995)。時間序列分析導論。臺北市：華泰書局。
- 李宏志、邱至中 (2005)。自我迴歸整合移動平均，倒傳遞類神經網路與基因演算法在短期匯率預測績效之比較。臺南市：國立成功大學財務金融研究所碩士論文。
- 林茂文 (1992)。時間序列分析與預測。臺北市：華泰書局。
- 林雅惠 (2007)。靠股利賺 50 倍。2007 年 6 月，理財週刊，365，取自 <http://news.yam.com/view/mkmnews.php/501531/3>。
- 邱瑞科 (2003)。NIIS 全國性預防接種資訊管理中央資料庫系統之建置規劃與效益評

- 估。(行政院衛生署疾病管制局九十二年度科技研究發展計畫，計畫編號：DOH92-DC-1111)。
- 商振綱 (2006)。時間序列應用於利率預測模型之研究。桃園縣：私立長庚大學企業管理研究所碩士論文。
- 曹銳勤 (2004)。股票投資規劃與分析—以上市銀行股票為例。《**玄奘管理學報**》，1(2)，1-16。
- 許純君 (1999)。預測的原則與應用。臺北市：臺灣西書出版社（初版）。
- 張殿文 (2001)。鴻海為何是外資的「最愛」？2001年8月，**e天下雜誌**，取自 <http://www.techvantage.com.tw/content/008/008087.asp>。
- 陳仁惠、周麗芳、徐偉初 (2003)：我國全民健康保險藥品費用預測模式之探討。《**保險專刊**》，19(2)，157-176。
- 陳執中 (2006)。台股加權指數隔月收盤價預測之研究。臺南市：國立成功大學統計學系碩士論文。
- 蔡屹彥 (2003)。角落表法在轉換函數模型鑑定的研究。臺北市：國立臺北大學統計學系碩士論文。
- 蔡宗憲 (2005)。運用長期記憶與 ANFIS 模型估計不同交易期間臺灣股價指數之風險值。臺北市：國立臺灣科技大學資訊管理系碩士論文。

## 二、英文部分

- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on automatic control*, AC-19, 716-723.
- Box, G. E. P. & Jenkins, G. M. (1976). *Time series analysis forecasting and control*. San Francisco: Holden-Day.
- Dickey, D. A. & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-431.
- Dickey, D., & Fuller, W. A. (1981). Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. *Econometrica*, 49, 1057-1072.
- Fuller, W. A. (1976). *Introduction to statistical time series*, New York : John Wiley & Sons.
- Said, S. E. & Dickey, D. A. (1984). Testing for Unit Roots in Autoregressive Moving Average Models of Unknown Order. *Biometrika*, 71, 599-607.
- Schwartz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *Ann. Statist.*, 6, 461-464.
- Shibata, R. (1976). Selection of the order of an autoregressive model by Akaike's information criterion. *Biometrika*, 63, 117-126.
- Tsay, R. S. & Tiao, G. C. (1984). Consistent estimates of autoregressive parameters and extended sample autocorrelation function for stationary and nonstationary ARIMA models. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 79, 84-96.
- Wood, D., & Dasgupta, B. (1996). Classifying trend movements in the MCSI U.S.A. capital

index—A comparison of regression, ARIMA and Neural Network method. *Computer and Operations Research*, 23, 611-622.